

## Kapitel 2: MEANS-Grundversionen

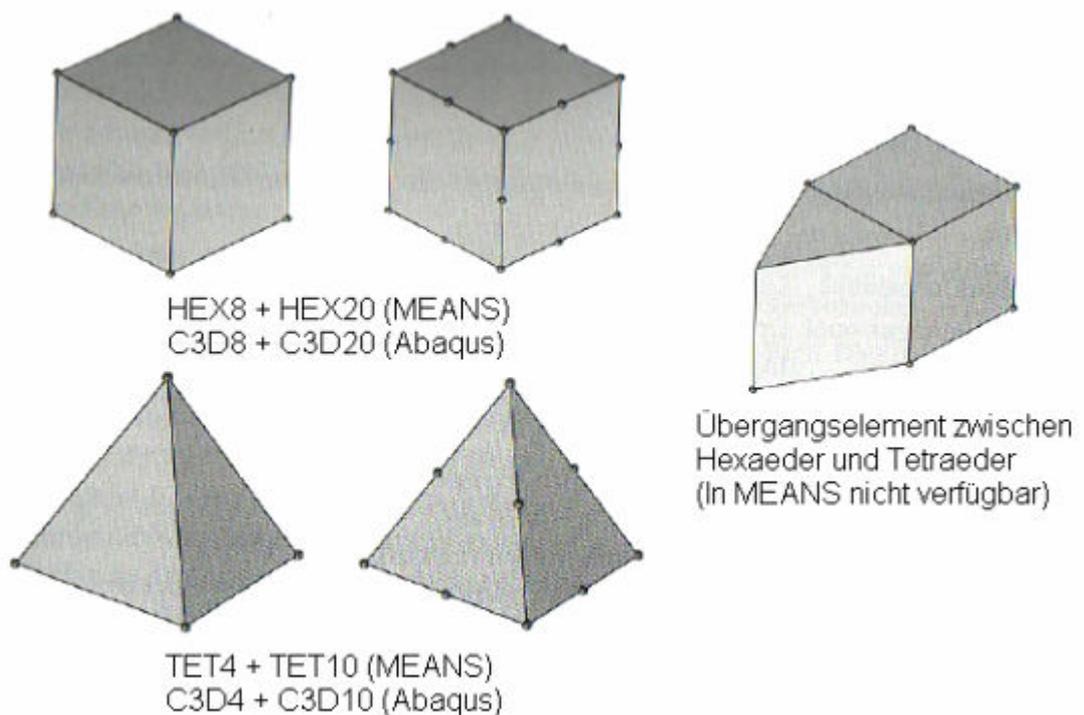
Die Elementbibliothek von MEANS (**M**echanisches-**A**nalyse-**S**ystem) bietet folgende Elementgeometrien an:

Eindimensional: Linienelemente -> Stäbe und Balken

Zweidimensional: Dreieck- u. Viereckselemente -> Scheiben, Platten und Schalen

Dreidimensional: Pentaederelemente (Prismen)  
Hexaederelemente (Würfel)  
Tetraederelemente (vier dreieckige Seiten)

Pyramidenelemente (rechteckige Grundfläche und vier dreieckige Seiten) – in MEANS aber nicht verfügbar



### Preprozessor und Vernetzungen

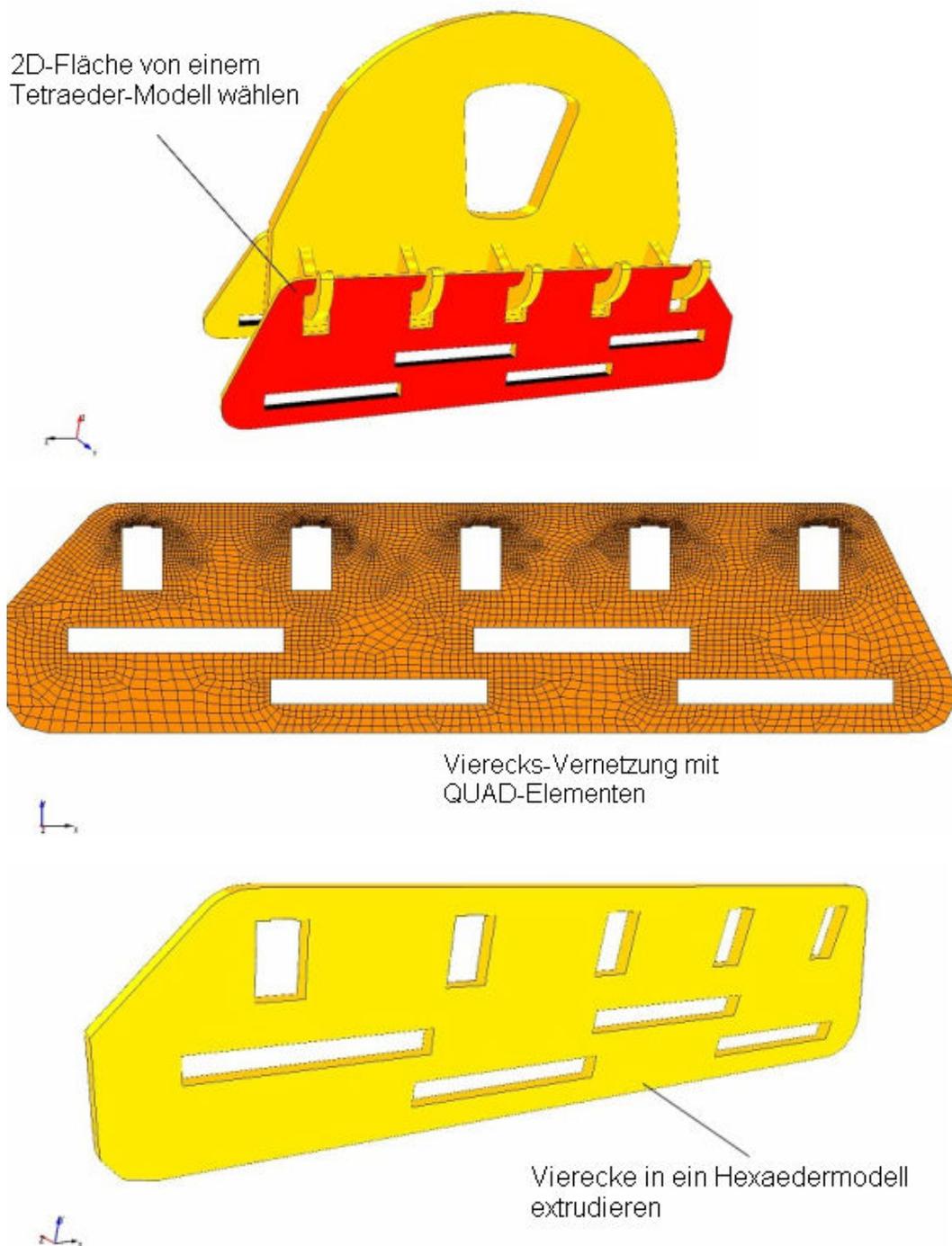
Im Normalfall ist die Erzeugung eines Tetraeder-FEM-Netzes auf Basis von 3D-CAD-Daten durchzuführen. Dabei ist die Anzahl der benötigten Elemente und Knotenpunkte von den Abmessungen des Bauteils und dem erforderlichen Detaillierungsgrad des FEM-Netzes abhängig.

Vierecksnetze sind gegenüber Dreieckselementen vorzuziehen. Hexaederelemente sind vorzuziehen gegenüber Tetraeder- und Pentaederelementen.

Optimaler Weise sollten bei der 3D-Vernetzung möglichst Hexaederelemente verwendet werden. Sie benötigen bei gleicher Elementgröße weniger Freiheitsgrade (ein Hexaederelement entspricht sechs Tetraeder), zeigen ein realistischeres Spannungsverhalten und konvergieren besser in nichtlinearen Kontaktproblemen. Allerdings sind Hexaederelemente empfindlicher auf Elementverzerrungen als Tetraederelemente.

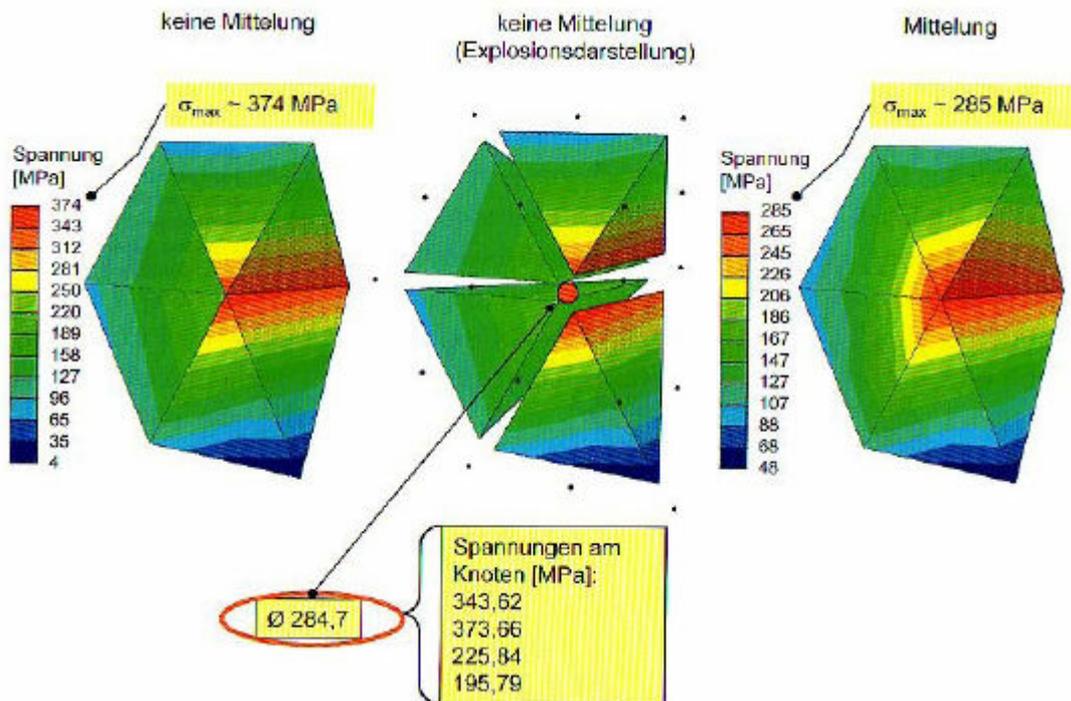
Das grundsätzliche Problem bei der Vernetzung mit Hexaederelementen ist dabei, dass die Netztopologie aufgrund der Elementgeometrie erheblich eingeschränkt ist. An einem Elementknoten können nur maximal acht der würfelförmigen Elemente partizipieren. Für Tetraederelemente ist die Anzahl der beteiligten Knoten beliebig. Daraus folgt, dass die eigentliche Netzerzeugung von Hexaederelementen auf die Extrusion oder Rotation von 2D-Elementen beschränkt ist.

Diese Art der Vorgehensweise verlangt bei komplexeren Geometrien sorgfältige Planung und eine sehr aufwändige Unterteilung der Bauteilgeometrie in vernetzbare geometrische Teilvolumina. In vielen Fällen ist die Hexaeder-Vernetzung aber gar nicht möglich. Um zumindest die teilweise Vernetzung mit Hexaederelementen zu ermöglichen werden auch pyramidenförmige Übergangselemente zwischen einem Hexaeder- und einem Tetraederbereich eingesetzt.



### Postprozessor und Ergebnisauswertung

In MEANS erfolgt eine nachträgliche Glättung der Spannungsergebnisse durch die Mittelung der Elementspannungen zu den Knotenspannungen, je nach Elementtyp und Diskretisierungsgrad können erhebliche Unterschiede zwischen den Einzelwerten auftreten. In einem idealen FE-Modell und hochqualitativen Elementen sollten die Unterschiede gering sein. In der Realität ist dies oft nicht der Fall. Mit Blick auf die Auswertung elementbasierter Ergebnisse sollte bei der Interpretation von entsprechenden Zahlenwerten die Genauigkeit dieser Ergebnisse nicht überbewertet werden. Ergebnisunterschiede in der Größenordnung von 5% sind ohne weiteres möglich und müssen bei der Interpretation berücksichtigt werden.

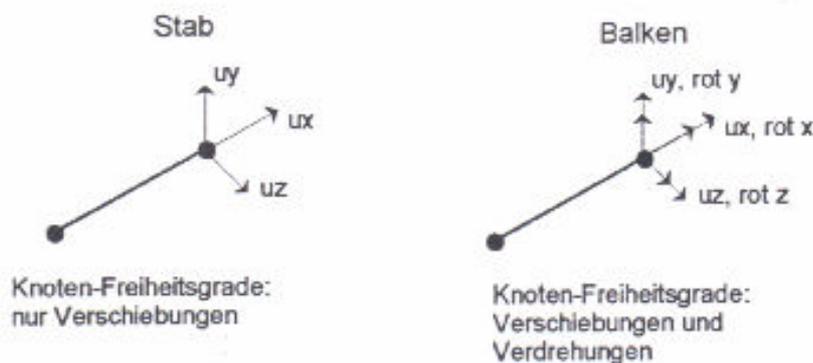


## MEANS-BEAM

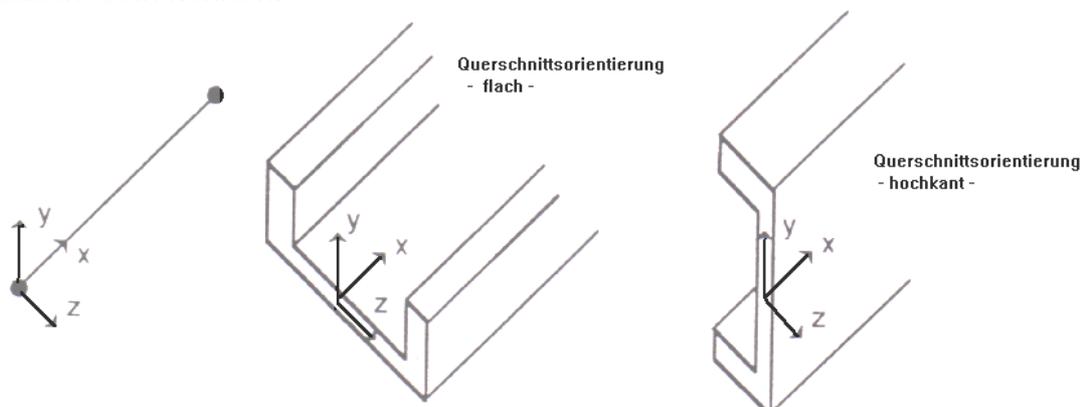
### Berechnung von ebenen und räumlichen Stab- und Balkentragwerken

In **MEANS-BEAM** sind Stabelemente und Balkenelemente enthalten. Der Unterschied zwischen Stab und Balken besteht darin, daß ein Stab nur Längskräfte aufnehmen und übertragen kann. Ein Balkenelement kann dagegen auch Querkräfte und Biegemomente übertragen, d.h. die Knoten eines Stabes haben nur translatorische Freiheitsgrade, die Balkenelemente haben auch rotatorische Freiheitsgrade. Ein Balkenende kann man also zum Beispiel fest einspannen, ein Stabende nicht, es ist immer gelenkig gelagert.

FE-Modelle nur aus Stäben sind in der Praxis relativ selten. Sie eignen sich aber gut für Fachwerke (gitterartige Konstruktionen, Kräne, Masten, dynamische Eigenschwingungsformen etc.) oder auch für stark vereinfachte Auslegungsberechnungen. Außerdem werden Stäbe bei Schalen- oder Volumenmodellen eingesetzt, um Bereiche, die nicht im einzelnen interessieren, nachzubilden oder Verbindungen herzustellen.



Mit Balkenelementen können mit relativ wenig Netzgenerierungsaufwand fast alle Strukturen ausreichend genau berechnet werden, vorausgesetzt die Querschnittsfläche und die Trägheitsmomente lassen sich leicht ermitteln. Besitzt das Profil jedoch eine unregelmäßige Querschnittsform ist die Ermittlung vor allem des Torsionsträgheitsmomentes sehr schwierig, die Struktur kann dann nur noch entweder mit Flächen- oder Volumenelementen genau berechnet werden. Da die Balkenelemente auf dem Bildschirm nur als Linie dargestellt werden können, kann die Orientierung des Querschnitts – sehr wichtig bei Biegebeanspruchung – nicht immer optisch kontrolliert werden, so daß Quer- und Hochachse leicht vertauscht sein können.



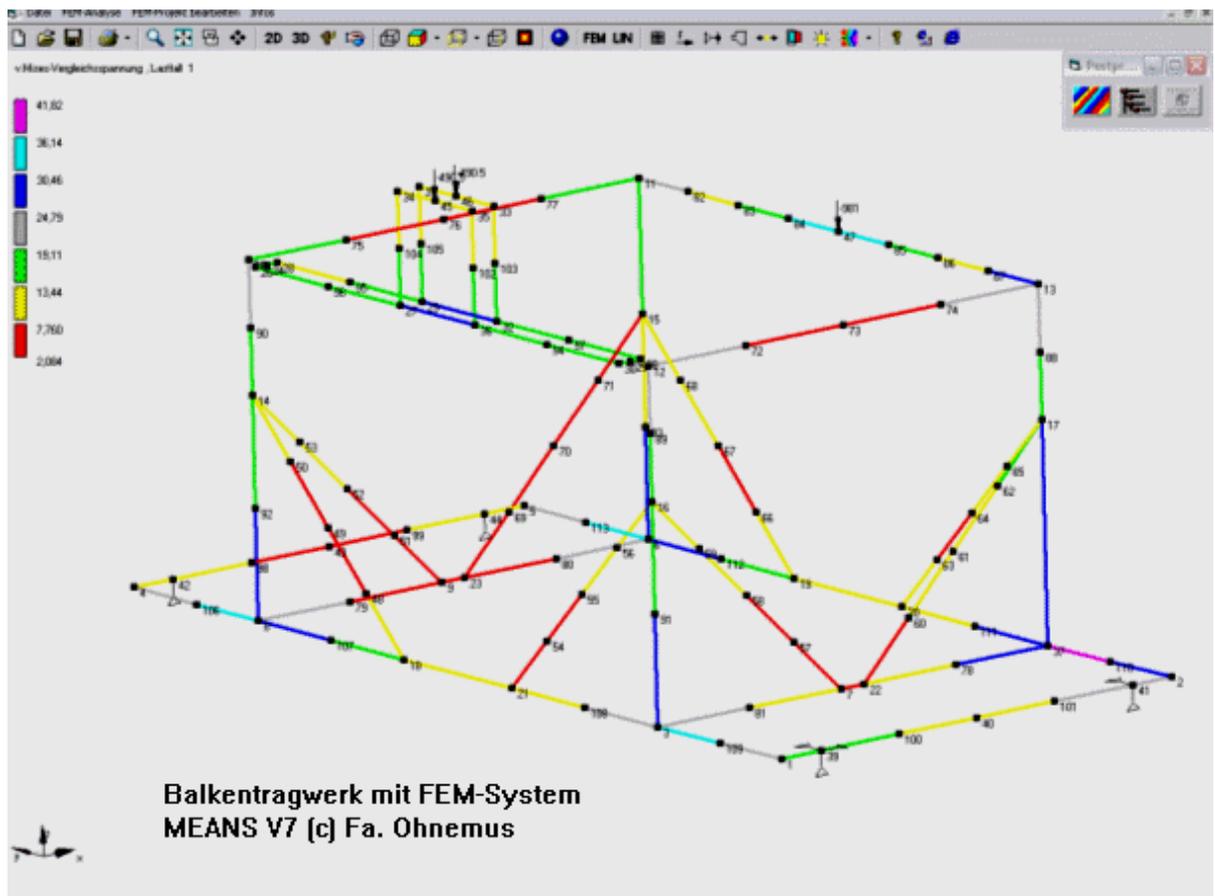
## Elementtypen von MEANS-BEAM:

- 3D-Stabelemente: **STA2**
- 2D-Balkenelemente: **BEAM2S**
- 3D-Balkenelement: **BEAM2**

## Leistungsübersicht:

- Knotenpunktlast
- Linienlast
- elastische Bettung, Federkräfte, Gelenke
- Mises-Spannungsberechnung für 3D-Balken
- Profil- und Materialbibliothek
- Allgemeine Ergebnisdarstellung für 3D-Balken
- W-, M-, Q-, N-Linienverlauf für 2D-Balken

## Spannungsverteilung eines Rahmentragwerks

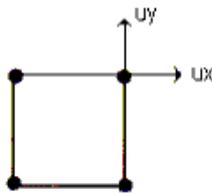


## MEANS-SHELL

### Berechnung von ebenen und räumlichen Flächentragwerken

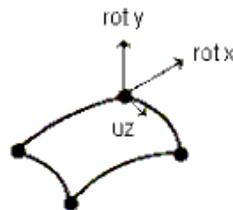
In **MEANS-SHELL** sind alle Flächenelemente zusammengefaßt, die in 3 große Elementklassen eingeteilt werden können:

Scheibe (= Membran)



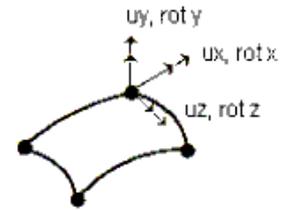
Knoten-Freiheitsgrade:  
nur Verschiebungen  
in der Scheibenebene  
FHG=2;  $u_x, u_y$

Platte



Knoten-Freiheitsgrade:  
Verschiebung in z-Richtung  
und Verdrehungen um die  
x- und y-Achse  
FHG=3;  $u_z, \text{rot } x, \text{rot } y$

Schale



Knoten-Freiheitsgrade:  
3 Verschiebungen und  
3 Verdrehungen  
FHG=6;  $u_x, u_y, u_z,$   
 $\text{rot } x, \text{rot } y, \text{rot } z$

Die Scheibenelemente - auch Membranelemente genannt - können dabei, analog zu den Stäben, nur Kräfte in der Scheibenebene aufnehmen und sind deshalb nur eingeschränkt und nur für schubbelastete 2D-Bauteile geeignet.

Plattenelemente können dagegen Kräfte senkrecht zur Plattenebene und Biegemomente aufnehmen und werden darum hauptsächlich von Bauingenieuren zur Biege-Bemessung von Decken eingesetzt.

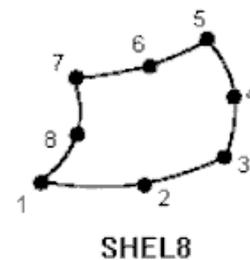
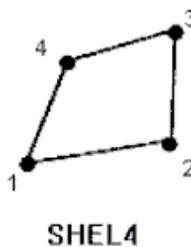
Die 3D-Schalenelemente können dagegen Querkräfte in der Elementebene als auch Biegekräfte und Biegemomente senkrecht aufnehmen. Sie sind deshalb universell einsetzbar und werden häufig zum Aufbau von räumlichen FE-Modellen benutzt. Vor allem dünnwandige, druck- und biegebelastete Bauteile können oft sehr vorteilhaft mit Schalenelemente modelliert und analysiert werden, ohne daß die aufwendigere Volumenmodellierung nötig ist.

Alle Flächenelemente insbesondere die biegebelasteten Platten- und Schalenelemente liefern nur dann gute Ergebnisse, wenn bei der Vernetzung folgendes beachtet und eingehalten wird:

- Die lokale Numerierung der Elementknoten beginnt stets in einem Eckknoten und muß immer im mathematisch positiven Sinne um das Element erfolgen
- Viereckelemente liefern genauere Ergebnisse als Dreieckselemente
- Quadratische Elemente liefern genauere Ergebnisse als lineare Elemente. Man kann dies auch anders ausdrücken: Lineare Elemente erfordern bei gleicher Genauigkeit feinere Netze, also mehr Elemente.
- Alle Elementkanten sollten etwa gleich groß sein (Verhältnis nicht kleiner als 1:2 bis 3)
- Elementlänge bzw. -breite viel größer als die Schalendicke (Verhältnis nicht kleiner als 5:1)
- Verbiegung (warping) der Schalenelemente nicht zu groß. Der vierte Eckknoten sollte nicht zu stark aus der Ebene der drei anderen herausragen.

**Elementtypen von MEANS-SHELL:**

- 2D-Scheibenelemente: **TRI3S, QUA4S, TRI6S, QUA8S**
- 2D-Plattenelemente (nach Mindlin-Theorie): **PLA3S, PLA4S, PLA6S, PLA8S**
- 2D-Plattenelemente (nach Kirchhoff-Theorie): **PDK3S, PDK4S**
- 3D-Schalenelemente (nach Mindlin-Theorie): **SHEL3, SHEL4, SHEL6, SHEL8**
- 3D-Schalenelemente (nach Kirchhoff-Theorie): **SDK3, SDK4**

**Schalenelemente****linear****quadratisch****Dreieckselemente****Viereckselemente****Randbedingungen:**

- gesperrte Randbedingungen
- Vorverformungen
- Federkonstante und elastische Bettung

***Belastungen:***

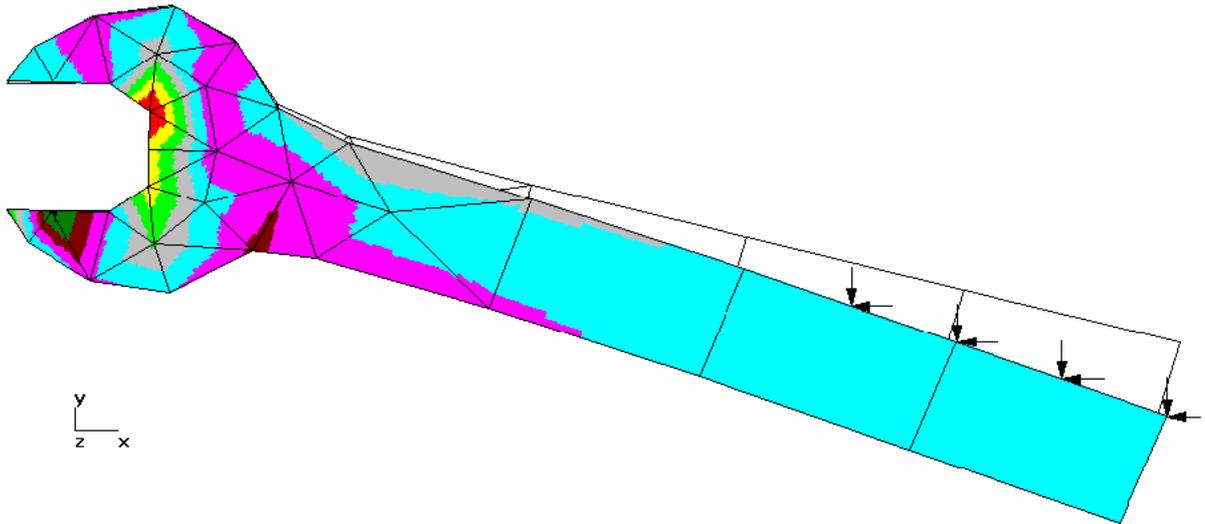
- Knotenpunktlast
- Flächenlast
- Temperaturlast
- Flieh- und Zentrifugalkraft
- Gravitationsbelastung

**Ergebnisse:**

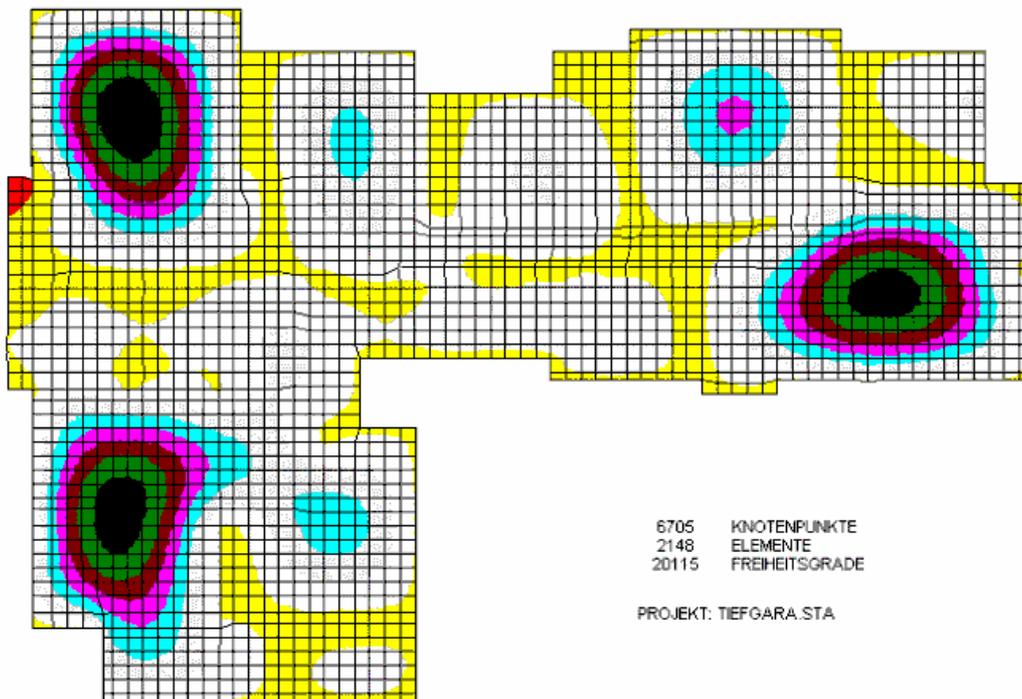
- Verschiebungen und Verdrehungen
- Auflagerreaktionen
- globale Elementspannungen in den Eckknoten und im Elementschwerpunkt
- gemittelte Knotenspannungen
- Mises-Vergleichsspannungen

- maximale und minimale Hauptspannungen
- lokale und globale Biegemomente
- Querkräfte, diese sind aber wegen des "Shear-Locking-Effekts" nicht brauchbar und werden für die Schubbewehrung später nochmals in der Stahlbetonbemessung berechnet

### Berechnung eines Gabelschlüssel mit 2D-Scheibenelementen



### Berechnung eines Grundrisses mit 2D-Plattenelementen

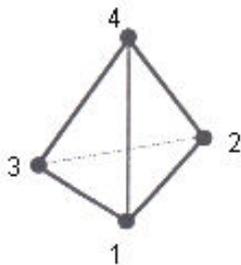


## MEANS-SOLID

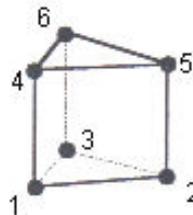
### Berechnung von räumlichen Volumenmodellen

In **MEANS-SOLID** sind die dreidimensionalen Volumenelemente zusammengefaßt. Mit diesen lassen sich praktisch alle räumlichen Gebilde idealisieren und berechnen. Die Anzahl der Elemente und Knotenpunkte wird gegenüber denen der ebenen Problemen wesentlich erhöht. Dem isoparametrischen Hexaederelement kommt wegen seiner hohen Genauigkeit und Anpassungsfähigkeit eine besondere Bedeutung zu.

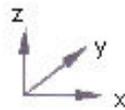
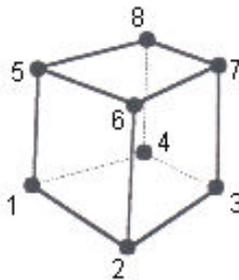
TET4



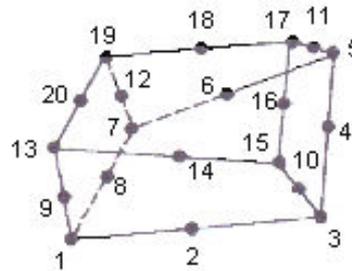
PEN6



HEX8



HEX20



Folgende Grundregeln bei der Verwendung von Volumenelementen beachten:

- Volumenmodelle sind sehr aufwendig was Vernetzung, Rechenzeit und Speicherbedarf betrifft. Wenn möglich, sind sie durch Schalen- oder Balkenmodelle zu ersetzen. Vor allem die notwendige feine Vernetzung in Bereichen hoher Spannungsgradienten oder kleiner Wandstärken führt schnell zu riesigen Modellen.
- Die Möglichkeit der Symmetrie (Halb- und Viertelmodell) und der achsensymmetrischen Modellierung sollten verstärkt genutzt werden (Reduzierung von 2D auf 3D -> siehe MEANS-ROTATION)
- Hexaeder liefern genauere Ergebnisse als Tetraederelemente. Die Vernetzung bzw. die Vorbereitung des Bauteils zur regelmäßigen Vernetzung ist aber oft sehr zeitaufwendig und manchmal überhaupt nicht möglich.
- Mit Tetraederelementen lassen sich zwar sehr komplexe Formen vernetzen, die Ergebnisse sind aber genau zu überprüfen.
- Quadratische Elemente liefern genauere Ergebnisse als lineare Elemente. Die Rechenzeit steigt aber erheblich an.

- Volumenelemente liefern nur dann gute Ergebnisse, wenn bei der Vernetzung folgende Bedingungen eingehalten werden:
  - Alle Elementkantenlängen etwa gleich groß (Verhältnis nicht kleiner als 1:2 bis 3)
  - Verzerrung der Volumenelemente nicht zu groß. Die Eckknoten sollten nicht zu stark aus der Würfelform herausragen.

### Randbedingungen:

- gesperrte Randbedingungen
- Vorverformungen
- Federkonstante und elastische Bettung

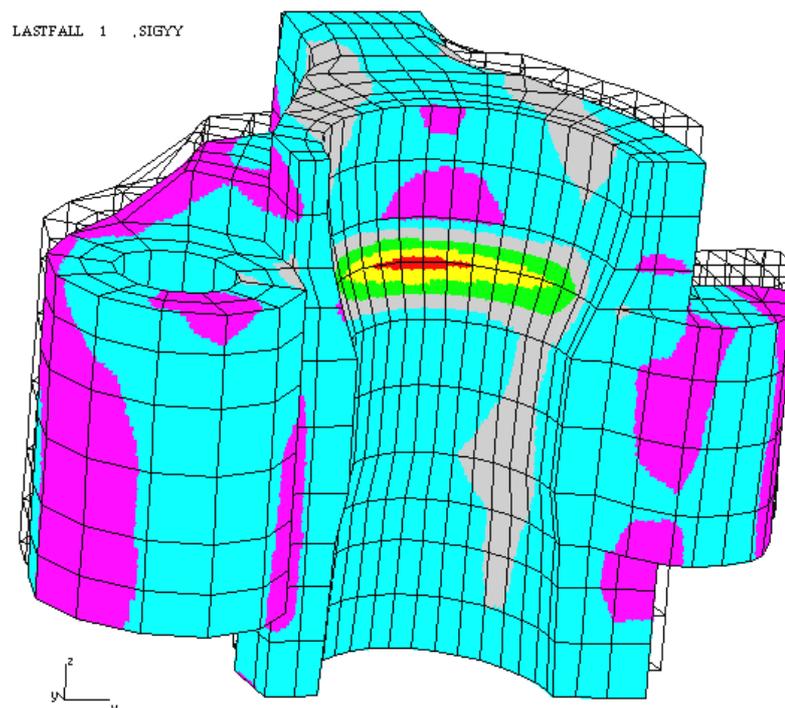
### Belastungen:

- Knotenpunktlast
- Flächenlast
- Temperaturlast
- Gravitationsbelastung

### Ergebnisse:

- Verschiebungen und Verdrehungen
- Auflagerreaktionen
- globale Elementspannungen in den Eckknoten und im Elementschwerpunkt
- gemittelte Knotenspannungen
- Mises-Vergleichsspannungen
- maximale und minimale Hauptspannungen

### FEM-Analyse eines Elevators mit HEX8- und PEN6-Volumenelementen



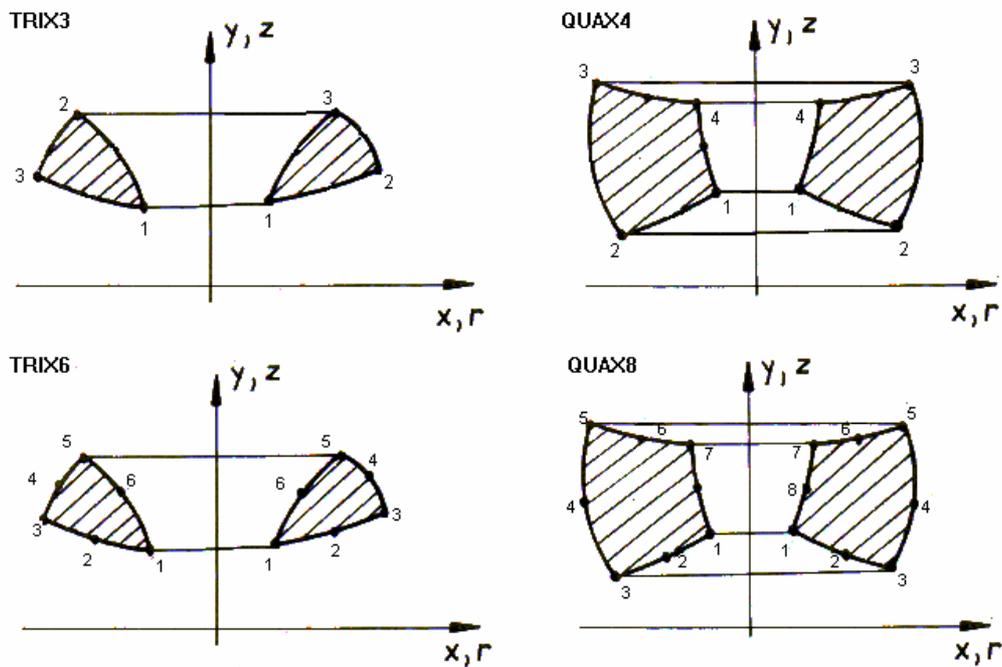
# MEANS-ROTATION

## Berechnung von rotationssymmetrischen und axialsymmetrischen Bauteilen

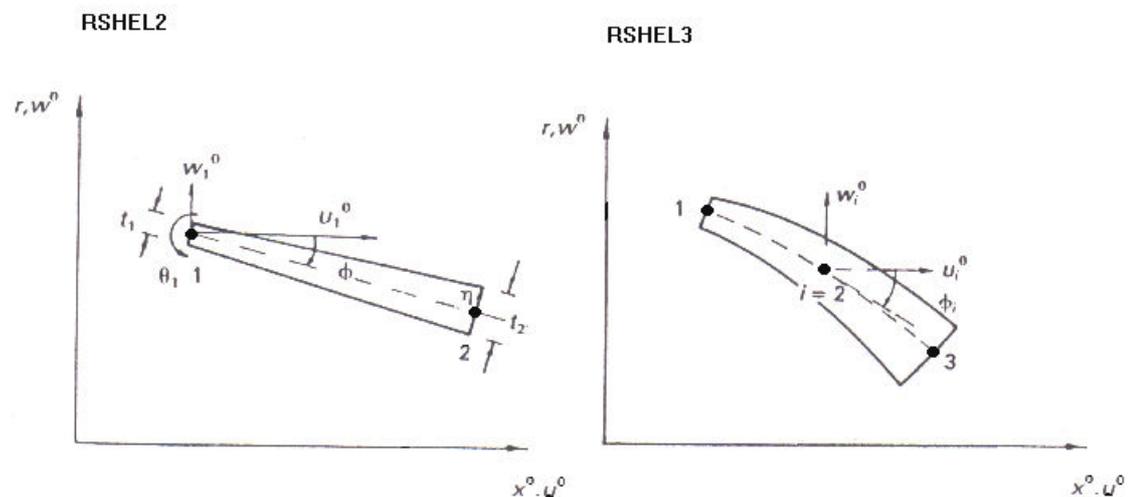
In **MEANS-ROTATION** sind die Rotationsscheiben und Rotationsschalen zusammengefaßt.

Für die Berechnung von räumlichen Bauteilen mit rotationssymmetrischer Geometrie und Belastung werden die rotationssymmetrischen Ringelemente verwendet. Durch diese Elemente wird eine erhebliche Vereinfachung der Berechnung erzielt, da die Berechnung in einem zweidimensionalen Koordinatensystem durchgeführt werden kann.

### Rotationssymmetrische Ringelemente:



### Axialsymmetrische Rotationsschalen:



**Randbedingungen:**

- gesperrte Randbedingungen
- Vorverformungen
- Federkonstante und elastische Bettung

**Belastungen:**

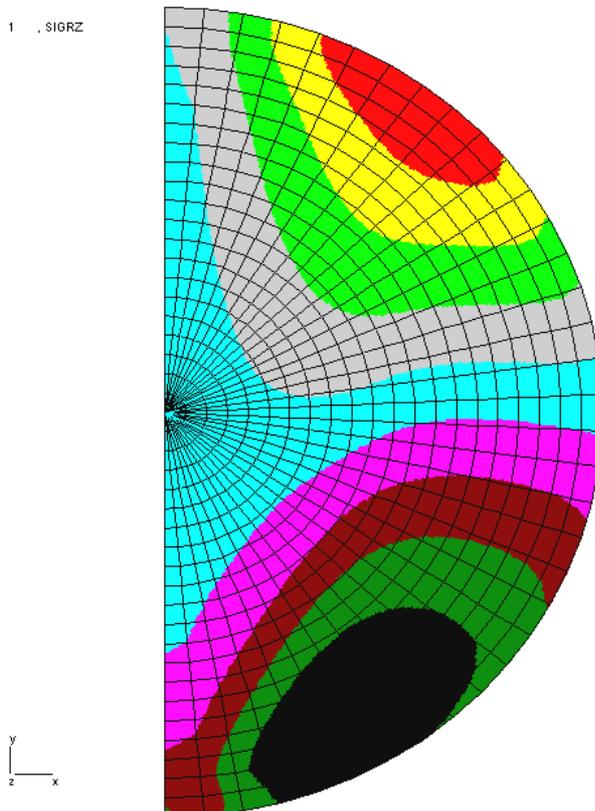
- Linienlast
- Flächenlast
- Fliehkraft/Zentrifugalkraft
- Temperaturlast
- Gravitationsbelastung

**Ergebnisse:**

- Verschiebungen und Verdrehungen
- Auflagerreaktionen
- globale Elementspannungen in den Eckknoten und im Elementschwerpunkt
- gemittelte Knotenspannungen
- Mises-Vergleichsspannungen
- maximale und minimale Hauptspannungen

**Beispiel Kristallglaskörper berechnet mit Rotationselementen und Temperaturbelastung:**

LASTFALL 1 , SIGRZ



## MEANS-TEMPERATUR

Das Programm MEANS beinhaltet einen Modul zur stationären (eingeschwungenen) und instationären (transienten) Temperaturfeldberechnung. Dieser Modul kann auch zur Berechnung beliebiger Potentialprobleme (z.B. elektrisches Feld oder Sickerströmung) eingesetzt werden.

Alle verwendeten Finiten Elemente können folgende Randbedingungen verarbeiten:

- Knotentemperaturvorgaben
- Konvektion an allen Flächen  
(gekennzeichnet durch Konvektionskoeffizient  $\alpha$  und Umgebungstemperatur  $T_U$ )
- flächenhafte Wärmequellen an allen Flächen
- volumenbezogene Wärmequellen

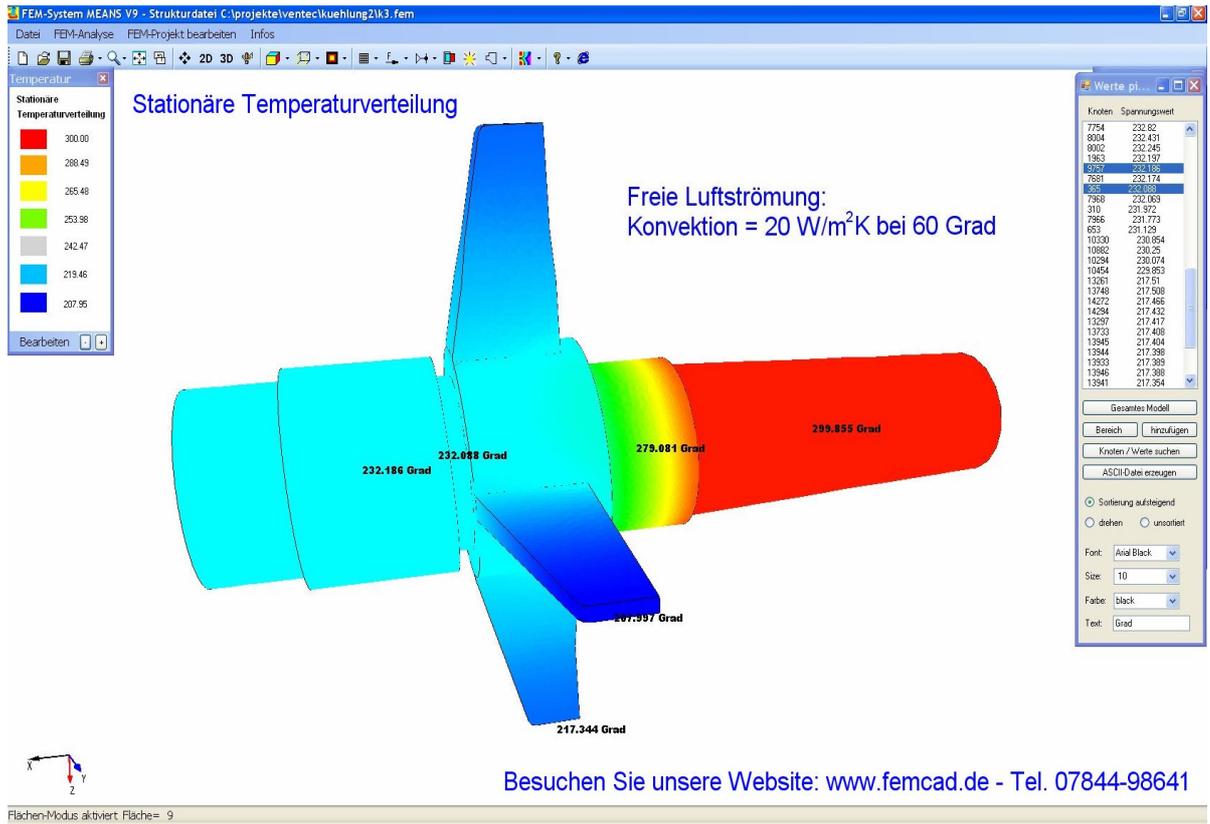
Positive Flächenquellen oder Volumenquellen bedeuten dabei immer einen Wärmeeintrag in das Finite Element. Ein positiver Konvektionskoeffizient bedeutet eine Wärmeabgabe an die Umgebung, sofern die Umgebungstemperatur unter der zu berechnenden Temperatur des Finiten Elements liegt. Strahlung ist als Randbedingung nicht vorgesehen, da sie durch ihre Abhängigkeit von der vierten Potenz der Temperatur enorme Rechenzeitanstiege verursachen würde. Für viele technische Anwendungen ist es ausreichend, die Strahlung durch einen konvektiven Wärmeübergang anzunähern.

Für instationäre Berechnungen verfügt das Programm über eine Funktion zur automatischen Anpassung der Zeitschrittweiten der Berechnung (in Abhängigkeit von den auftretenden Temperaturgradienten) und über eine Erkennung des eingeschwungenen Zustands des Temperaturfeldes. Diese Funktionen ermöglichen große Einsparungen an Rechenzeit. Außerdem ist es möglich, Ergebnisse anderer Berechnungen als Ausgangstemperaturen zu verwenden. Damit kann beispielsweise die Abkühlung eines Körpers vom aufgeheizten Zustand auf Umgebungstemperatur berechnet werden.

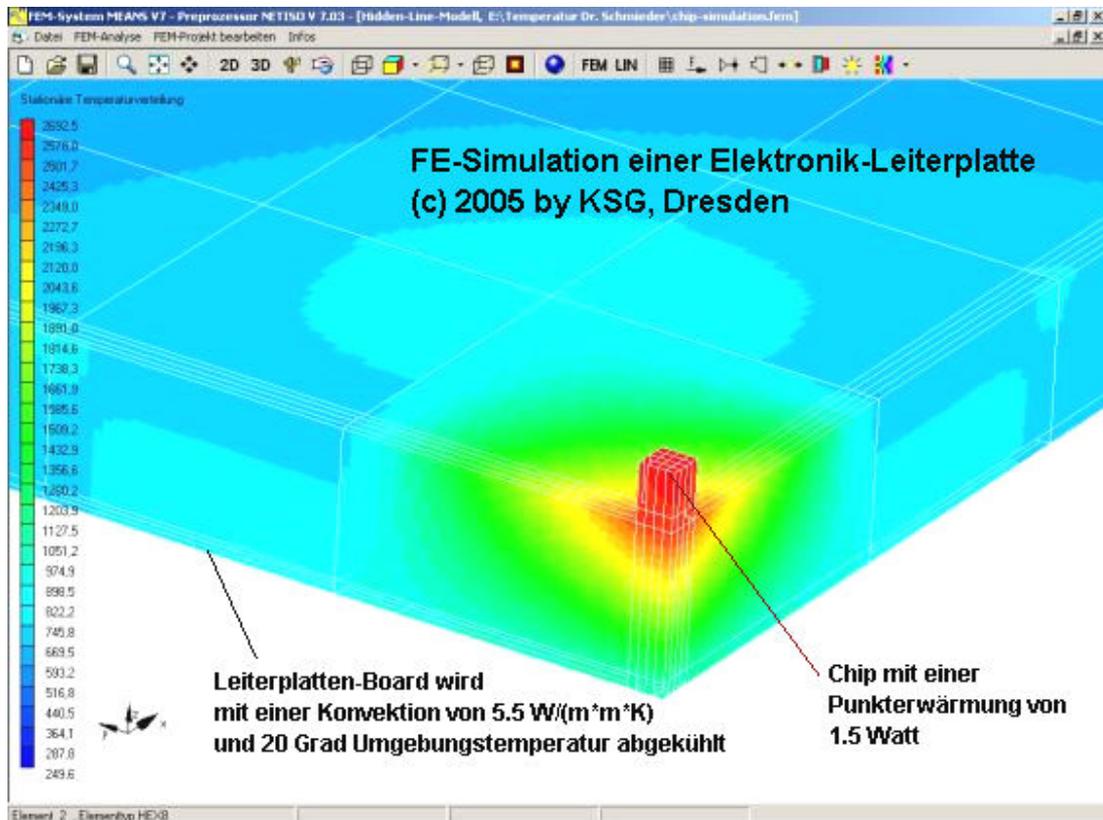
Die Elementbibliothek für Temperatur des Finiten Elemente Programmsystems MEANS V4 besteht aus folgenden Elementtypen:

- räumliche Linienelemente **STA2T** und **STA3T**
- räumliche Flächenelemente **TRI3T**, **TRI6T**, **QUA4T** und **QUA8T**
- rotationssymmetrische Flächenelemente **TRIX3T** und **QUAX4T**
- räumliche Volumenelemente **PEN6T**, **PEN15T**, **HEX8T** und **HEX20T**

## Kühlung mit freier und erzwungener Konvektion TET10-Volumenmodell

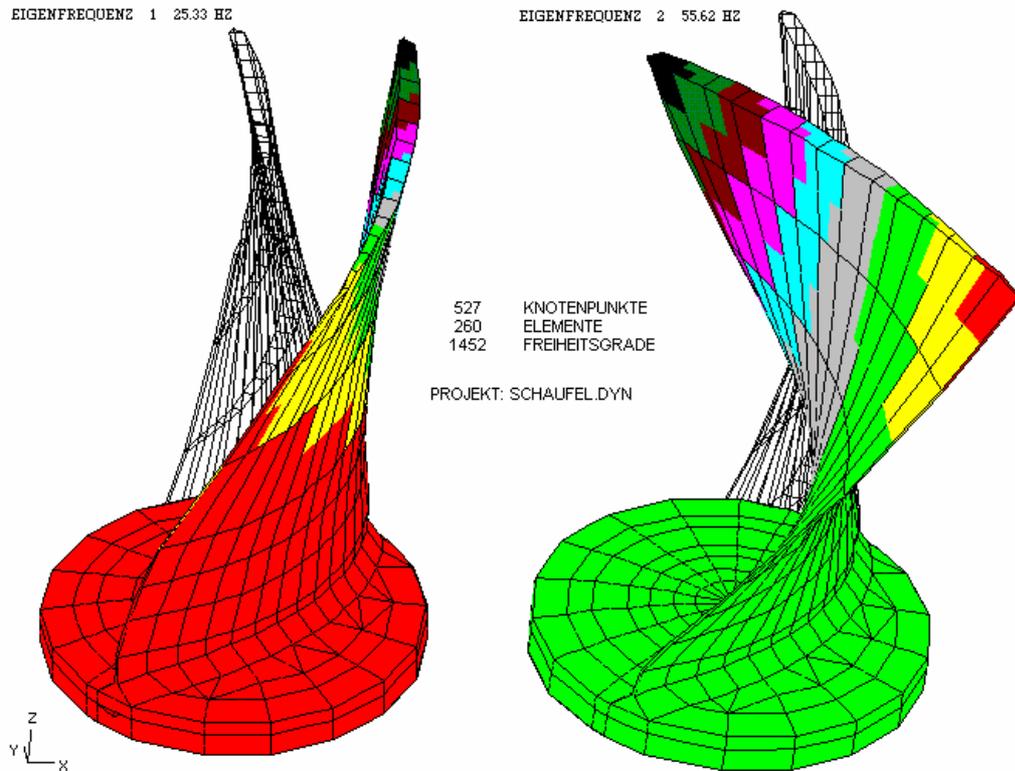


## Leiterplatten-Temperatursimulation HEX8-Volumenmodell

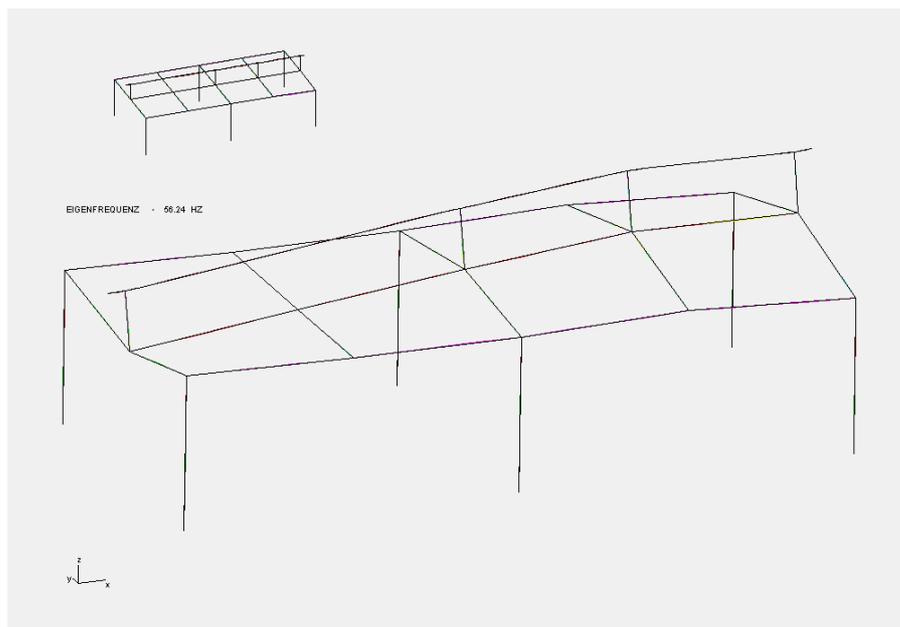


## MEANS-DYNAMIC

Mit diesem Zusatzmodul können dynamische Analysen durchgeführt werden. Zu den Ergebnisgrößen zählen die Eigenwerte, Eigenfrequenzen und Eigenformen mit den charakteristischen Eigenschwingungsformen.



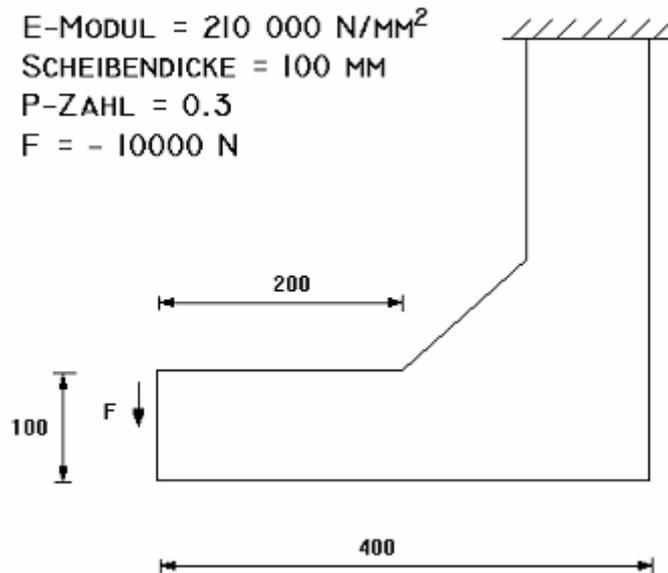
### Eigenfrequenzen mit den Eigenformen einer Ventilatorschaukel



### Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenformen eines Schwingtisches

## MEANS-FORMOPTIMIERUNG

Mit diesem Zusatzmodul können Materialeinsparungen bis 70% erzielt werden. Es stehen zwei Verfahren zur Verfügung, wobei mit dem E-Modul-Verfahren das FE-Netz nach jedem Optimierungsschritt nicht verändert werden muß.



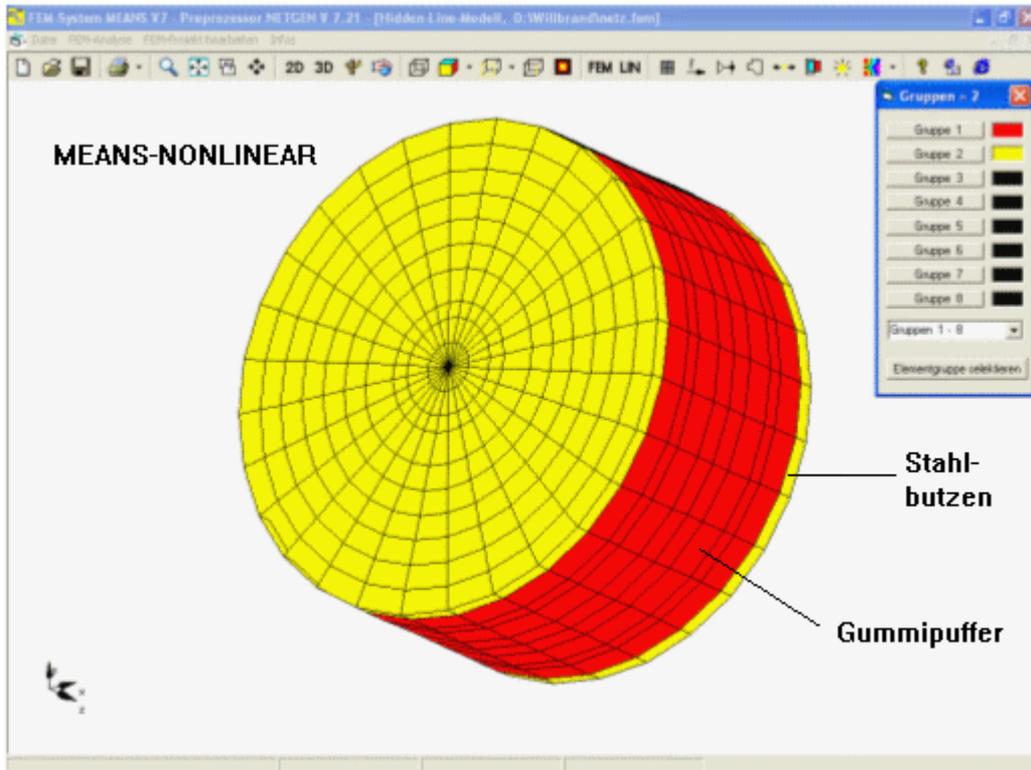
DESIGN-VORSCHLAG MIT  
MEANS - OPTIMIZATION

1887 KNOTENPUNKTE  
1770 ELEMENTE  
3774 FREIHEITSGRADE

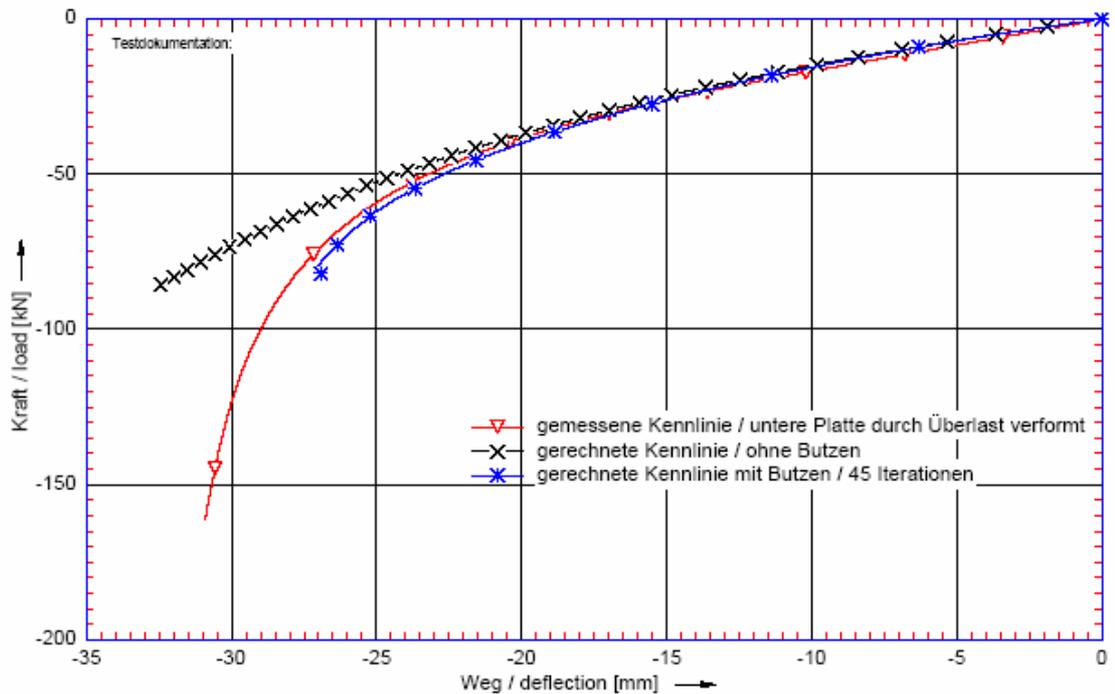


## MEANS-NONLINEAR

Dieses Zusatzmodul liest nach jeder Analyse die Verformung ein und paßt die veränderte Geometrie neu an. Der Deformations-Verlauf läßt sich somit schrittweise mit mehreren Lastfall-Inkrementen simulieren.



Puffer 150x75 55 Shore  
Vergleich Messung / Berechnung mit MEANS



# MEANS-BEULEN

Mit diesem Zusatzmodul können die Beullasten mit den dazugehörigen Beulformen berechnet werden. Zusätzlich kann der erforderliche Sicherheitsfaktor und der Schlankheitsgrad für elastisches und plastisches Knicken oder Quetschen bestimmt werden.

**Mit FEM-System MEANS V10  
berechneter Beulfaktor = 1.74**

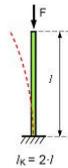
Ergebnisvergleich mit den Euler-Lastfällen:

Berechnung nach Euler-Fall 1:

$$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$I_z = 167 \text{ cm}^4$$

$$l_k = 2 \cdot 1800$$



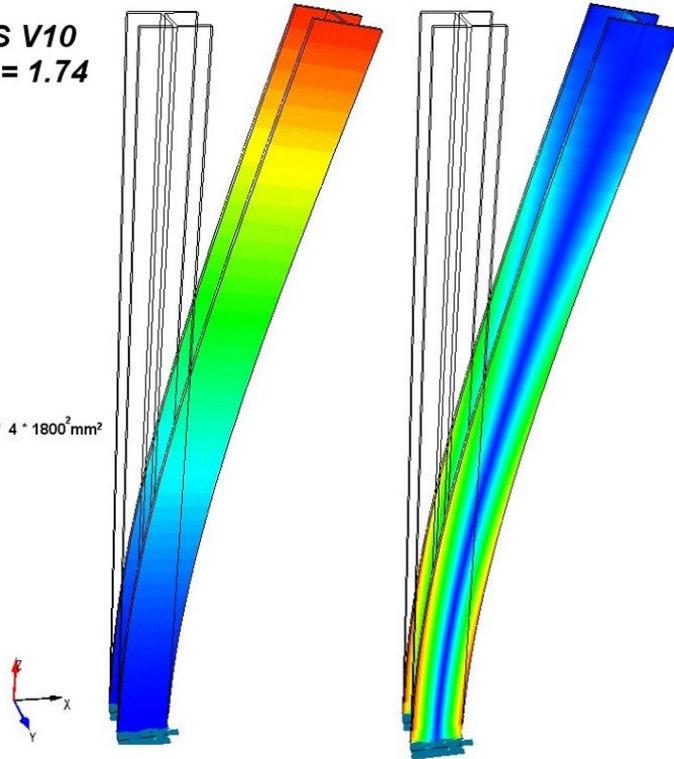
Kritische Beullast

$$F_k = 3.141^2 \cdot 210\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot 167 \cdot 10000 \text{ mm}^4 / 4 \cdot 1800^2 \text{ mm}^2$$

$$F_k = 266\,972.5 \text{ N}$$

Knicksicherheit

$$S_k = F_k / F = 266\,972.5 \text{ N} / 150\,000 \text{ N} = 1.77$$



**Mit FEM-System MEANS V10  
berechneter Beulfaktor = 13.9**

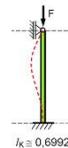
Ergebnisvergleich mit den Euler-Lastfällen:

Berechnung nach Euler-Fall 3:

$$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$I_z = 167 \text{ cm}^4$$

$$l_k = 1800 \text{ mm}$$



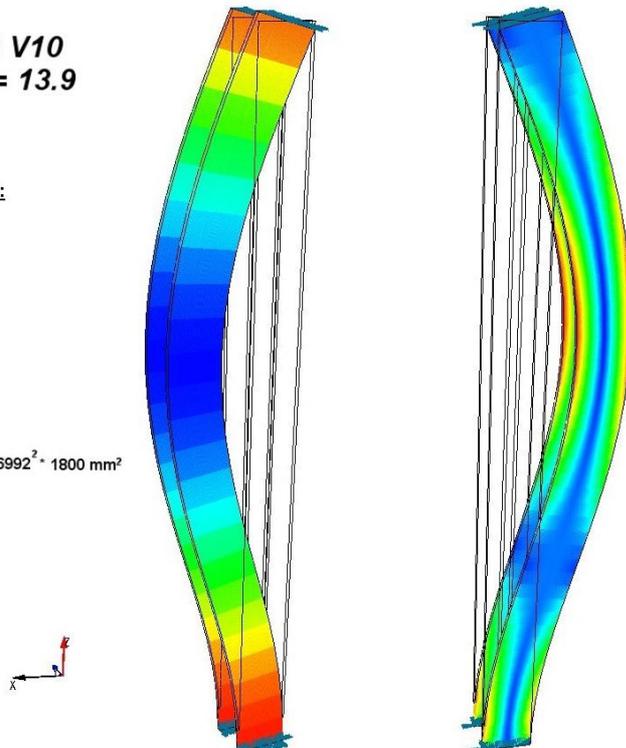
Kritische Beullast

$$F_k = 9.869 \cdot 210\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1670000 \text{ mm}^4 / 0.6992^2 \cdot 1800 \text{ mm}^2$$

$$F_k = 2\,185\,178.5 \text{ N}$$

Knicksicherheit

$$S_k = F_k / F = 2\,185\,178.5 \text{ N} / 150\,000 \text{ N} = 14.56$$



## MEANS-KONTAKT

FEM-Berechnungen von Kontaktbedingungen mit dem Penalty-Verfahren. Sehr gut geeignet für alle Fälle, bei denen nur kleine Bewegungen im Spiel sind und die Reibung berücksichtigt werden muss, d.h. Klemmsitz, Presspassung, Kontaktflächen von verschraubten Teilen.

