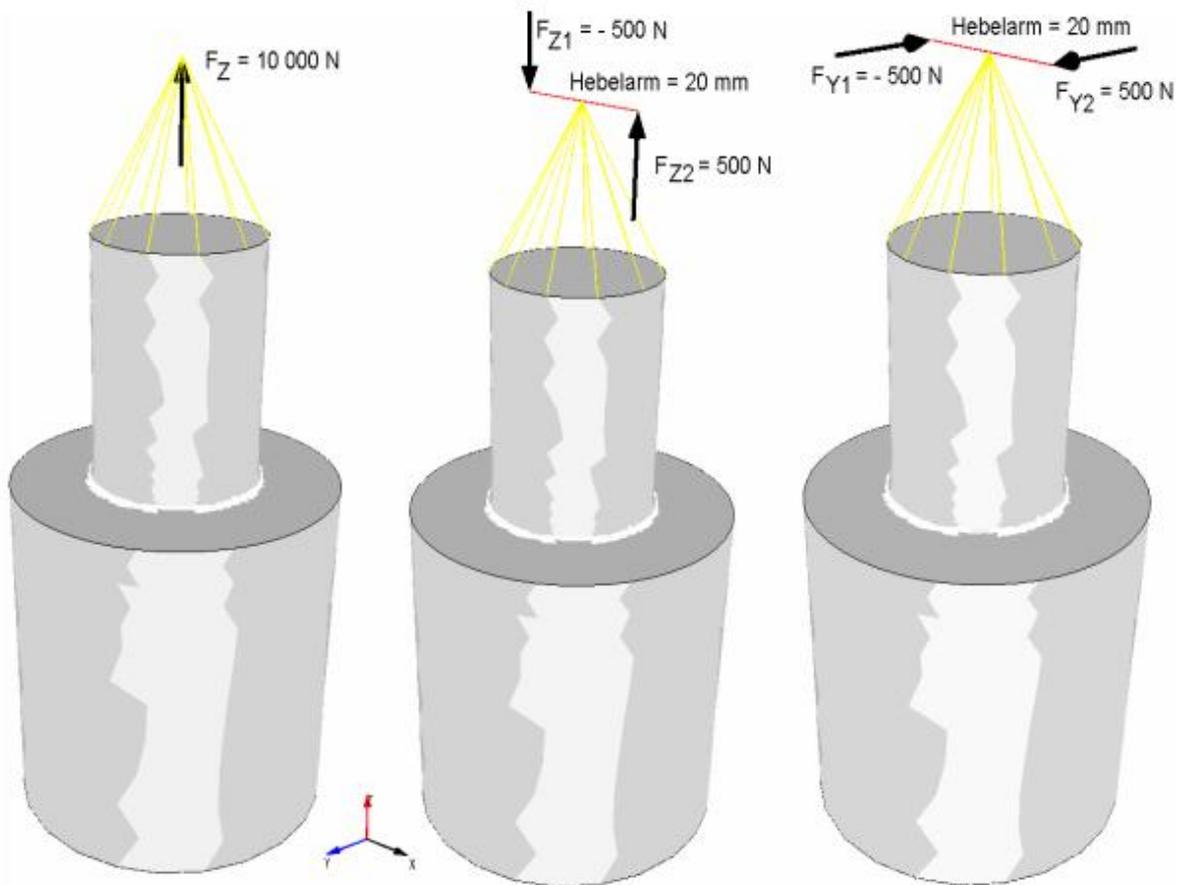


FEM-System *MEANS V12*

Biege- und Torsionsmomente an einem Wellenabsatz berechnen



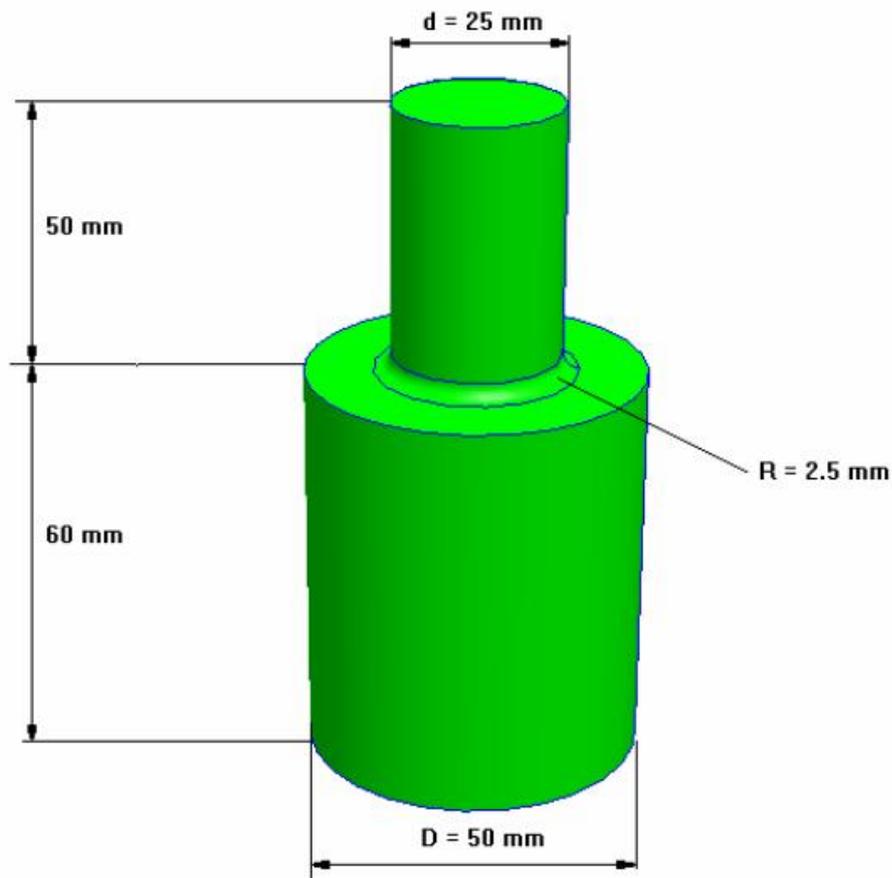
www.femcad.de

www.fem-infos.com

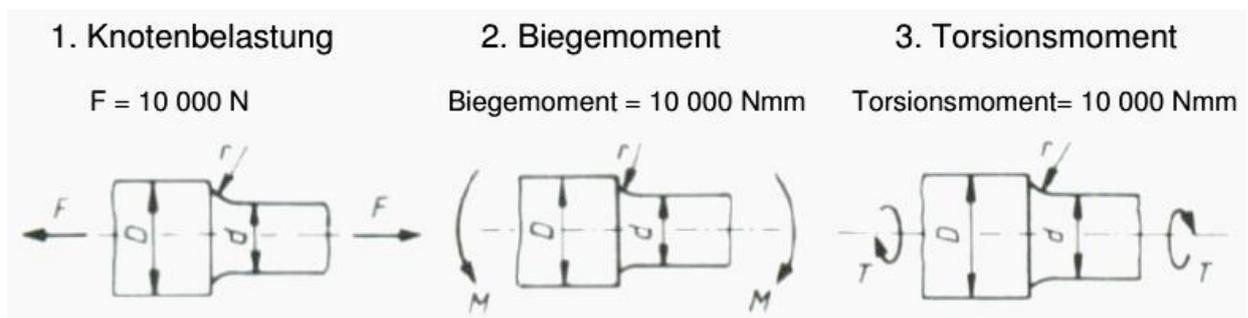
Kapitel 10: Biege- und Torsionsmomente mit MEANS V12 berechnen

Beispiel 1: Wellenabsatz

Die Welle besteht aus 2 Wellenabschnitten mit $D = 50 \text{ mm}$ und $d = 25 \text{ mm}$ sowie einem Wellenradius von $R = 2.5 \text{ mm}$.



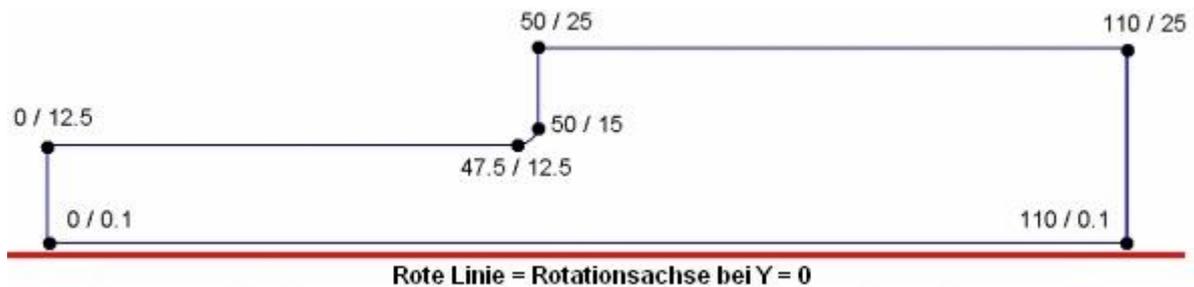
Die Welle wird mit einer Zugbelastung von $10\,000 \text{ N}$, einem Biegemoment von $10\,000 \text{ Nmm}$ und einem Torsionsmoment von $10\,000 \text{ Nmm}$ belastet. Wie groß sind die Verformungen und Spannungen.



FEM-Modell erzeugen

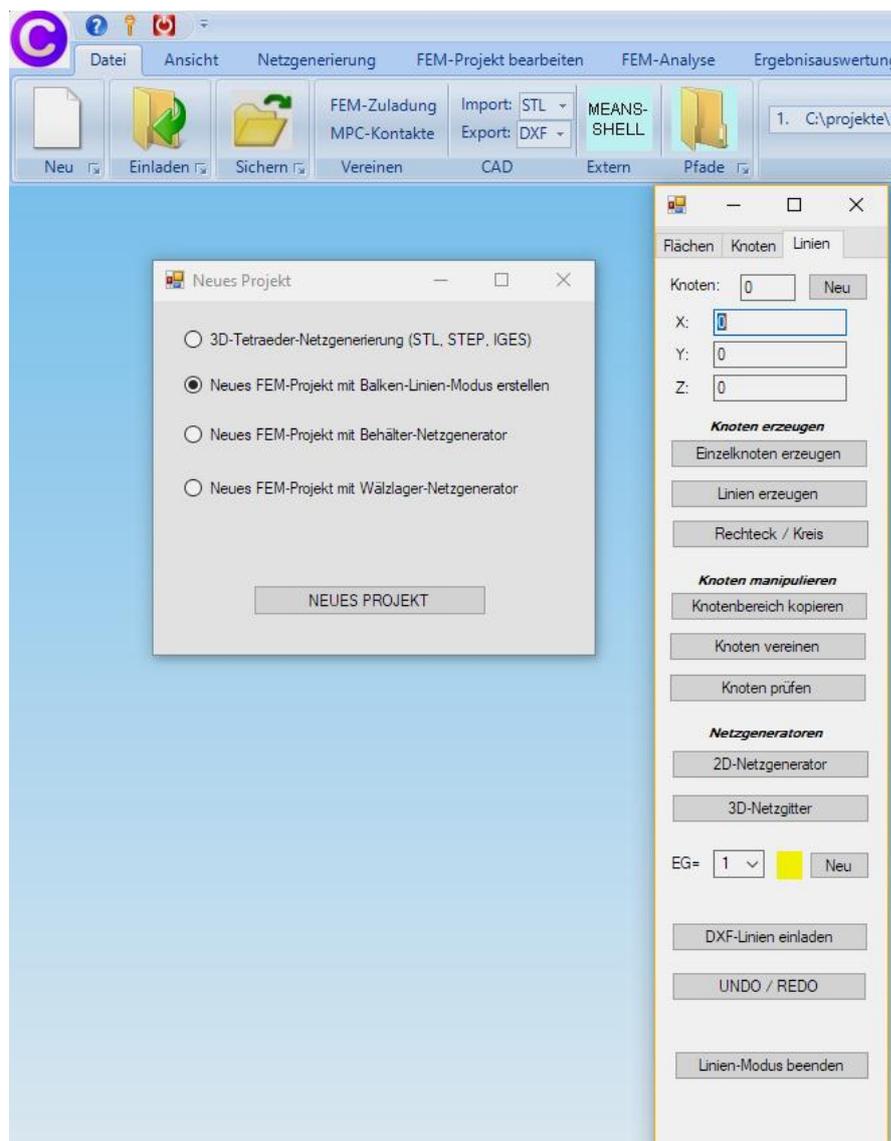
Die Welle kann mit MEANS V12 im Linien-Modus wie in einem CAD erzeugt werden.

Es wird zuerst vom halben Wellenquerschnitt ein 2D-Netz mit Drei- oder Vierecken generiert. Daraus läßt sich dann mit dem 3D-Rotationsgenerator ein Pentaeder- oder Hexaeder-Volumennetz erzeugen.



Die untere Linie verläuft bei Y= 0.1, damit ist sichergestellt, daß sich bei Y= 0 die Unter- und Seitenfläche der Hexaeder oder Pentaeder nicht fehlerhaft überlagern.

Wählen Sie Register "Datei" und "Neu" um im Linien-Modus das Modell zu erzeugen.



Einzelknoten erzeugen

Zuerst müssen 7 Einzelknoten eingegeben werden.

Klicken Sie im Register Linien-Modus auf "Neu" um Knoten 1 mit den Koordinaten $X=0$, $Y=0.1$, $Z=0$ mit Menü "Einzelknoten erzeugen" zu erzeugen.

Erzeugen Sie auf gleiche Weise die restlichen 6 Knoten:

Knoten 2 (110 / 0,1 / 0)

Knoten 3 (110 / 25 / 0)

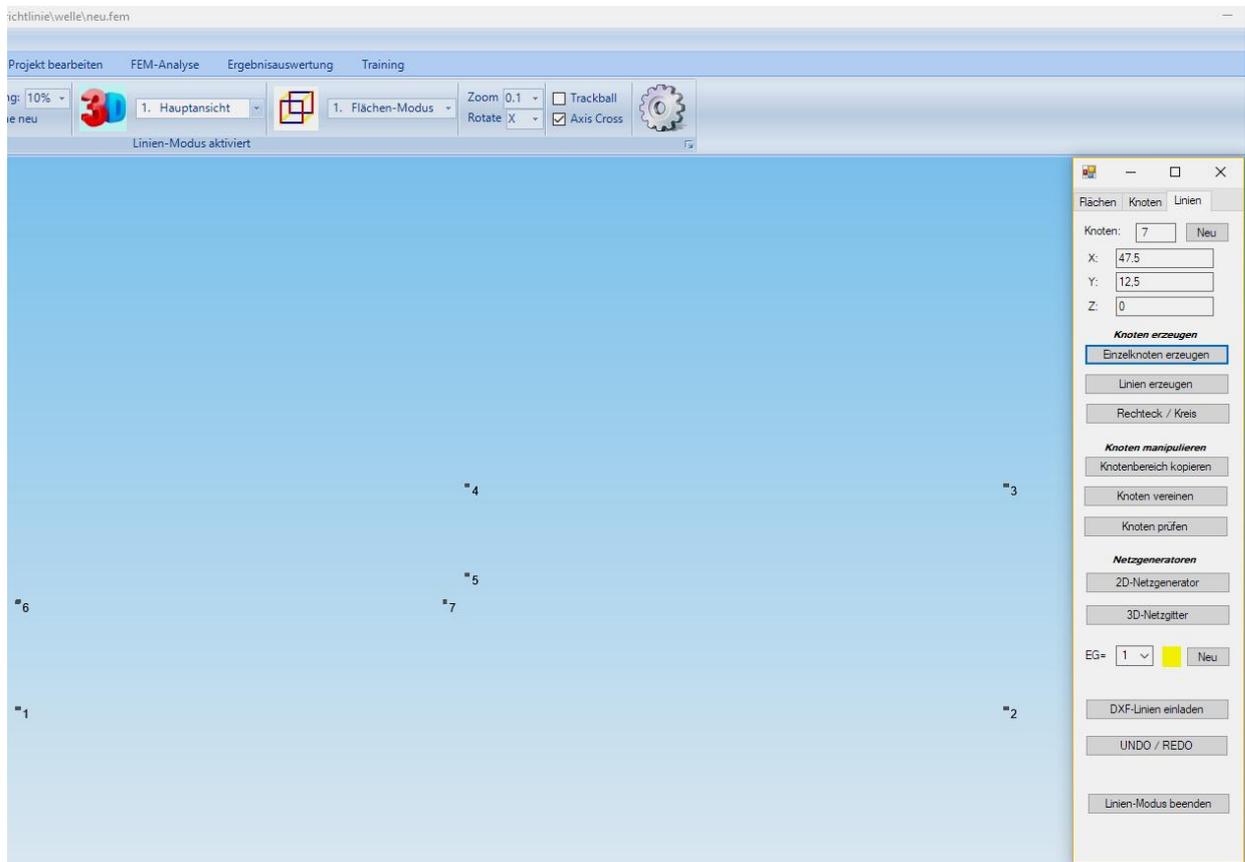
Knoten 4 (50 / 25 / 0)

Knoten 5 (50 / 15 / 0)

Knoten 6 (0 / 12.5 / 0)

Knoten 7 (47.5 / 12.5 / 0)

Es sind nun alle 7 Einzelknoten auf dem Bildschirm zu sehen

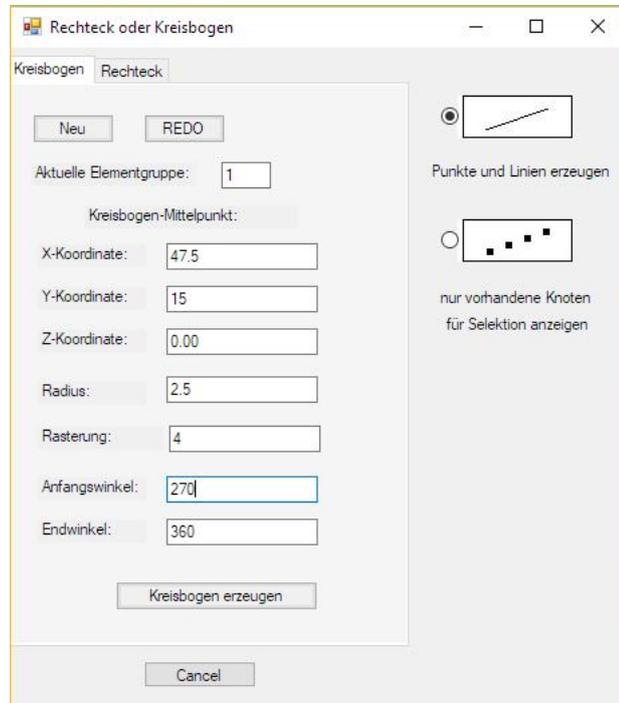


Knoten-Modell sichern

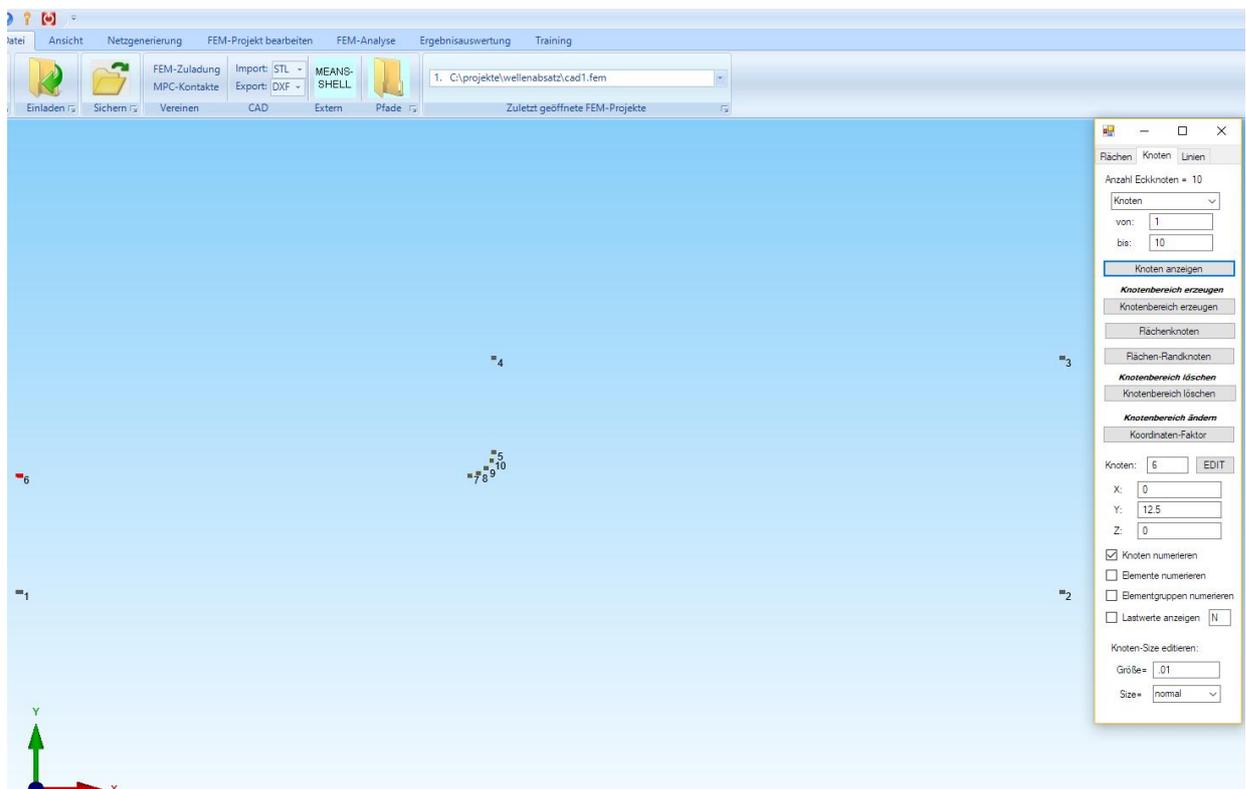
Speichern Sie das Modell in dem Verzeichnis $C:\text{Projekte}\text{Wellenabsatz}\text{cad1.fem}$ oder beliebig anderes Verzeichnis ab damit das Knoten-Modell jederzeit wieder eingeladen werden kann.

Kreisbogen erzeugen

Es folgt die Eingabe des Kreisbogens mit dem Radius 2.5 mm, wählen Sie dazu das Menü "Rechteck / Kreis" und geben den Mittelpunkt 47.5 / 15 / 0, den Radius = 2.5, die Rasterung = 4 sowie den Anfangswinkel 270 und Endwinkel 360 ein und wählen Menü "Kreisbogen erzeugen".



Es sind jetzt 10 Einzelknoten und 4 Kreisbogen-Linien zu sehen:

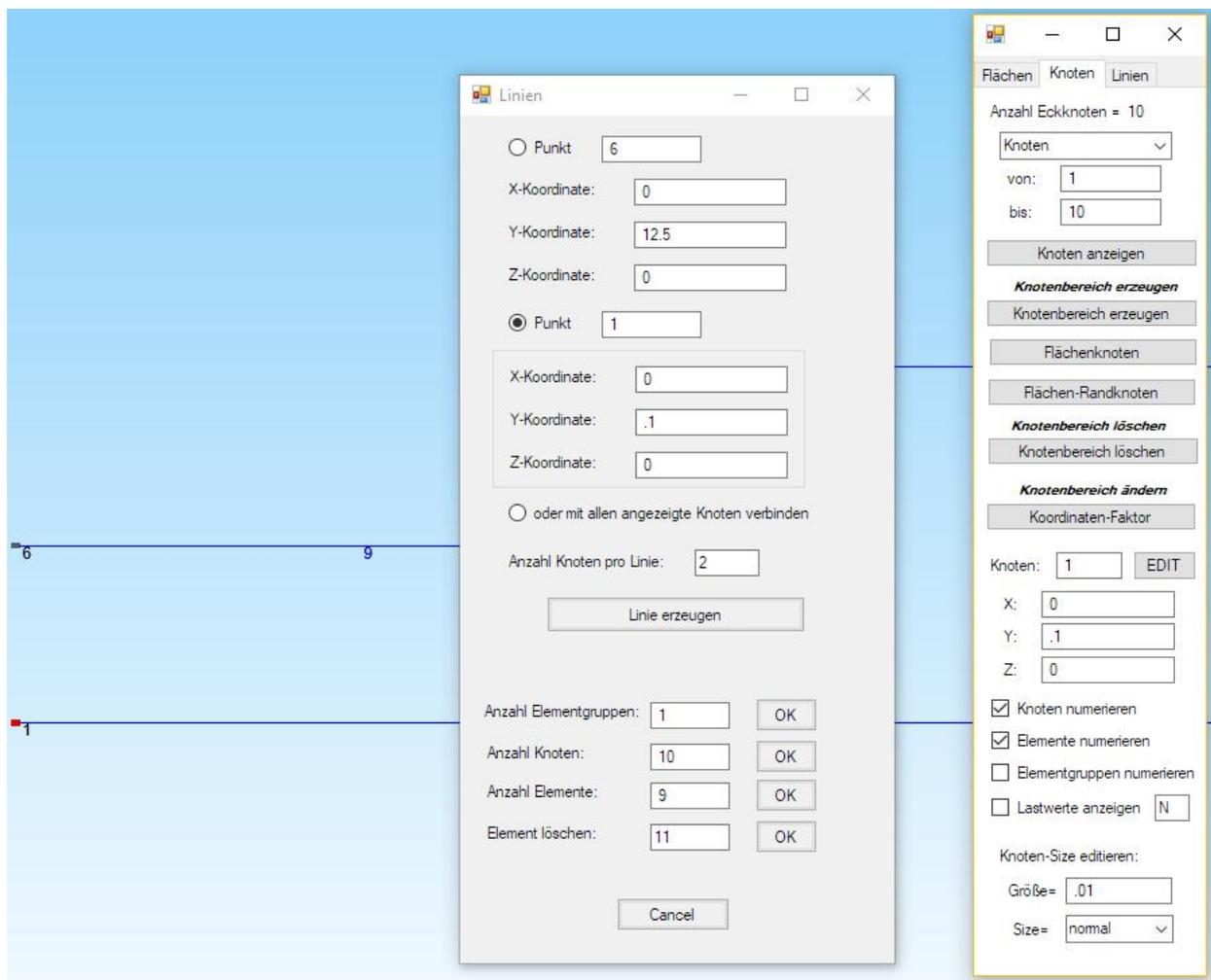


Im Linien-Modus mit Menü "Linien erzeugen" müssen noch 6 Linien erzeugt werden:

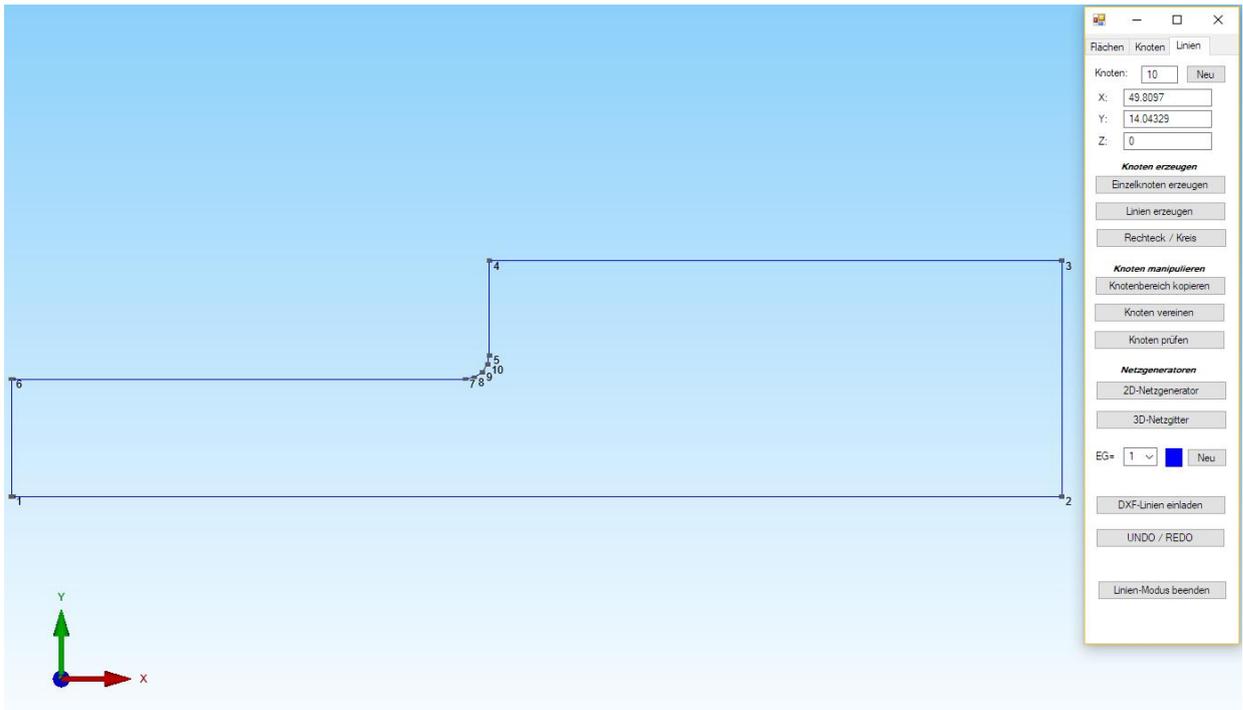
- Linie 1: Knoten 1 mit Knoten 2 verbinden
- Linie 2: Knoten 2 mit Knoten 3 verbinden
- Linie 3: Knoten 3 mit Knoten 4 verbinden
- Linie 4: Knoten 4 mit Knoten 5 verbinden
- Linie 5: Knoten 6 mit Knoten 7 verbinden
- Linie 6: Knoten 1 mit Knoten 6 verbinden

Linie 6 eingeben

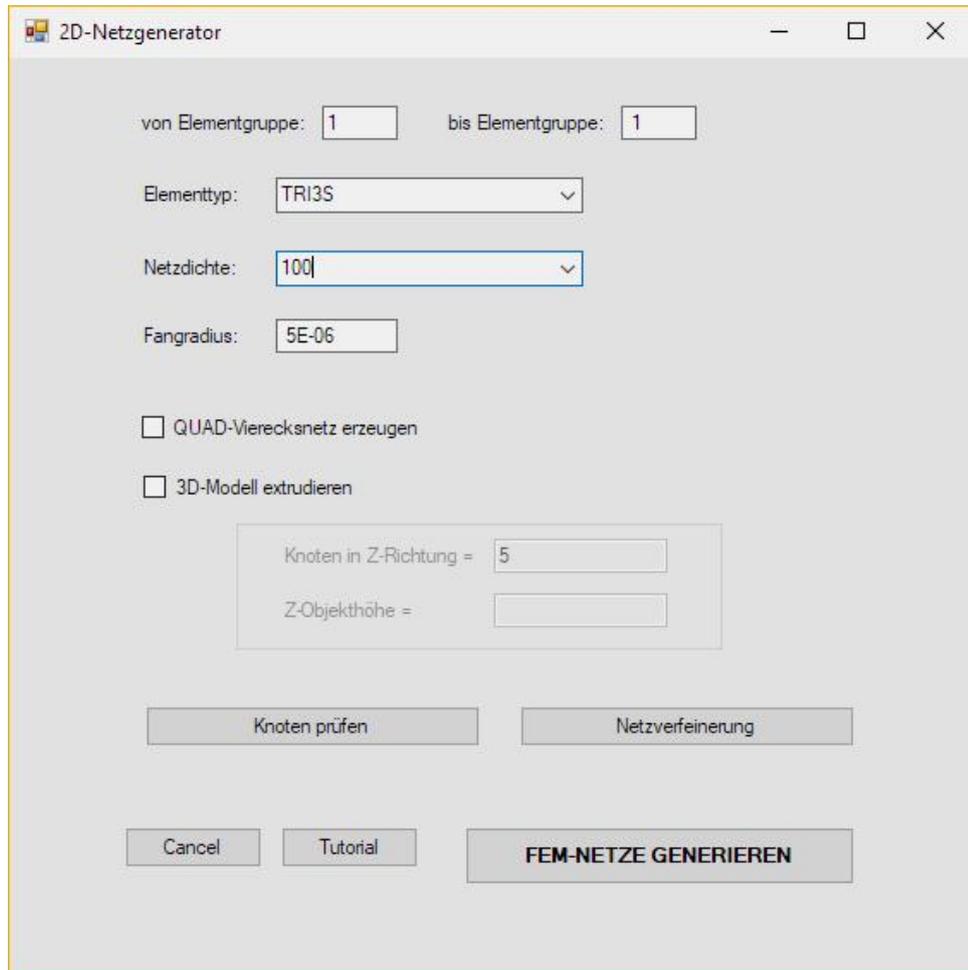
Aktivieren Sie die obere Option "Punkt" und klicken Sie mit einem Doppelklick auf den Knoten 6 am Modell sodaß seine Koordinaten in der Dialogbox angezeigt werden, dannach aktivieren Sie die untere Option "Punkt" und klicken auf Knoten 1. Zum Schluß mit Menü "Linie erzeugen" die Linie 1- 6 erzeugen. Es kann auch nützlich sein die Knoten- und Elementnumerierung im Knoten-Modus miteinzublenden.



Die Umrandung des halben 2D-Wellenabsatz besteht nun aus 10 Knoten und 11 Linien und es kann ein Dreiecksnetz hineingeneriert werden.

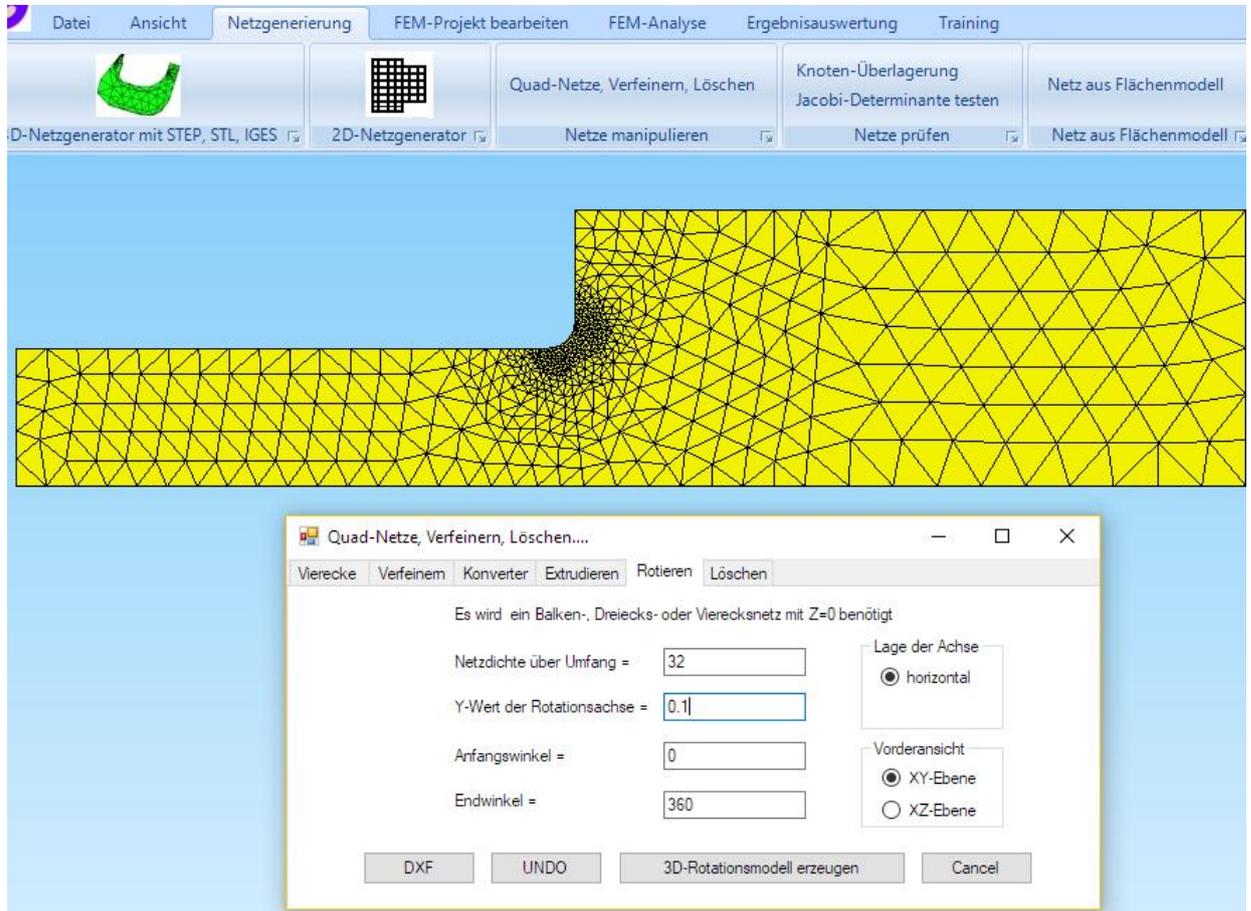


Wählen Sie entweder das Register "Netzgenerierung" oder das Linien-Modus-Menü "2D-Netzgenerator" und generieren mit einer Netzdichte = 100 ein nicht zu feines Dreiecksnetz aus 1028 TRI3S-Elementen und 574 Knoten für den nächsten Schritt.

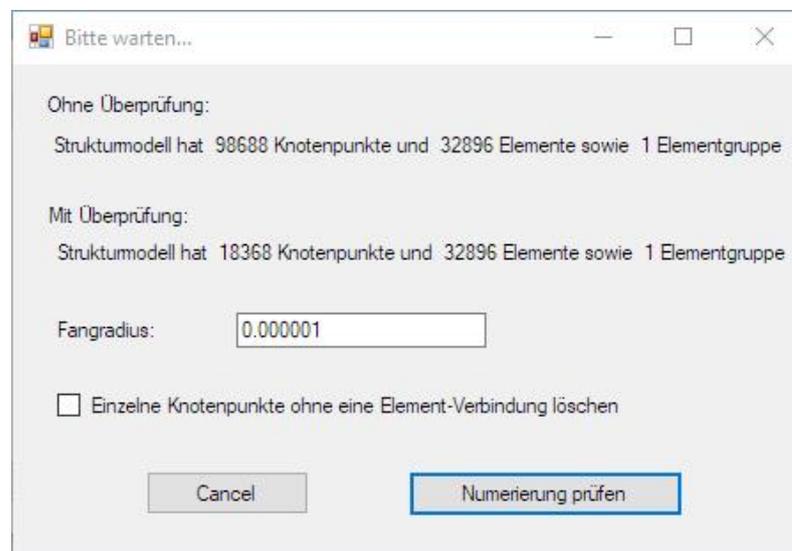


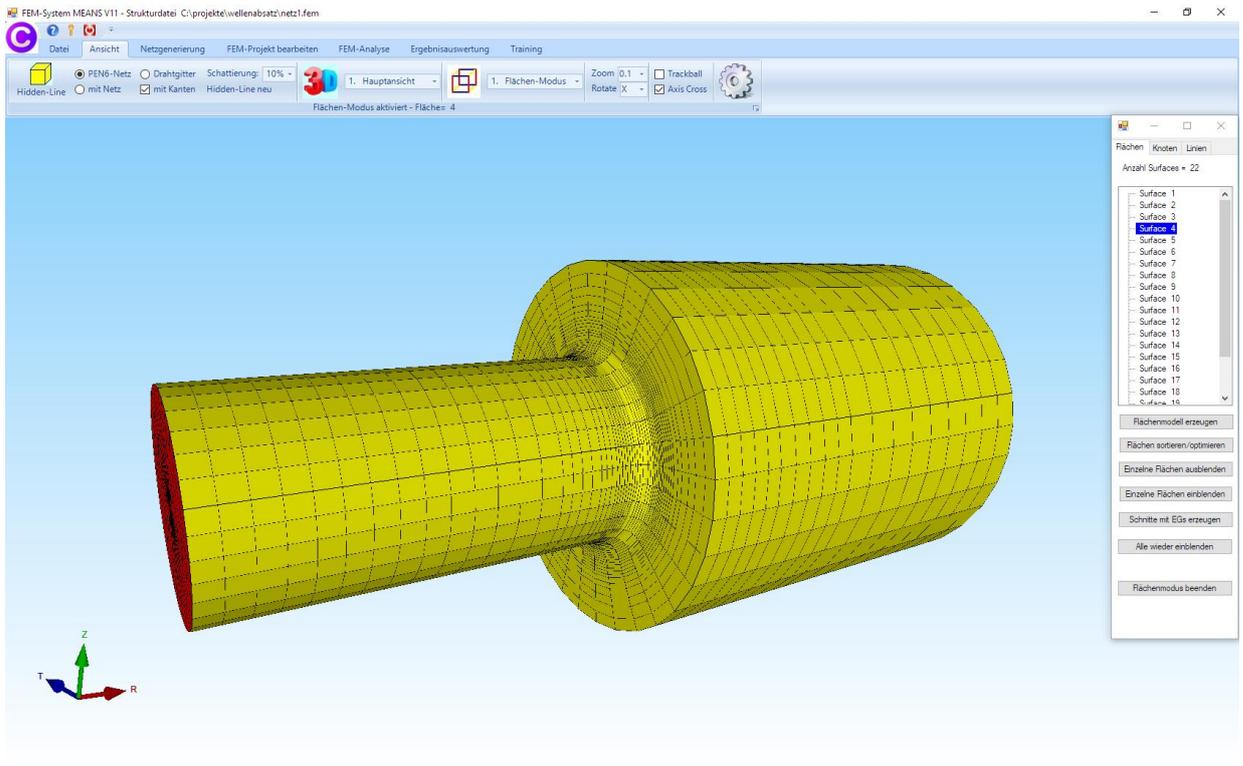
3D-Volumennetz erzeugen

Dieses 2D-Netz dient nun als Vorlage um ein 3D-Rotationsnetz aus Pentaedern zu generieren. Wählen Sie das Register "Netzgenerierung" und Menü "Quad-Netze, Verfeinern, Löschen" sowie in der nächsten Dialogbox das Register "Rotieren" um ein Rotationsnetz zu generieren.

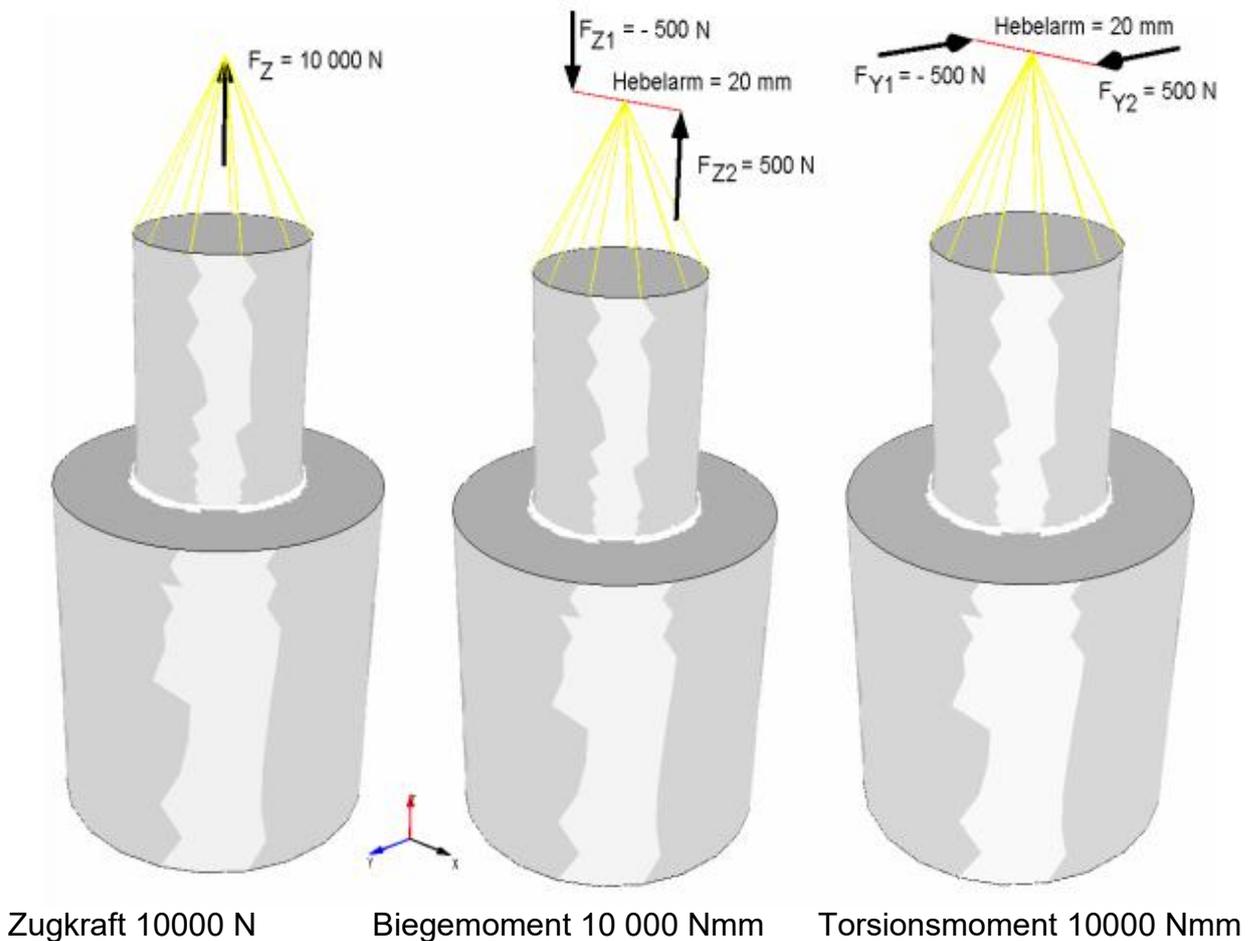


Wählen Sie eine Netzdichte über den Umfang = 32 und setzen den Y-Wert der Rotationsachse auf 0 und erzeugen ein Modell aus 32896 PEN6-Elementen und 18368 Knoten. Es folgt eine Überprüfung mit neuem Hidden-Line und Flächenmodell.



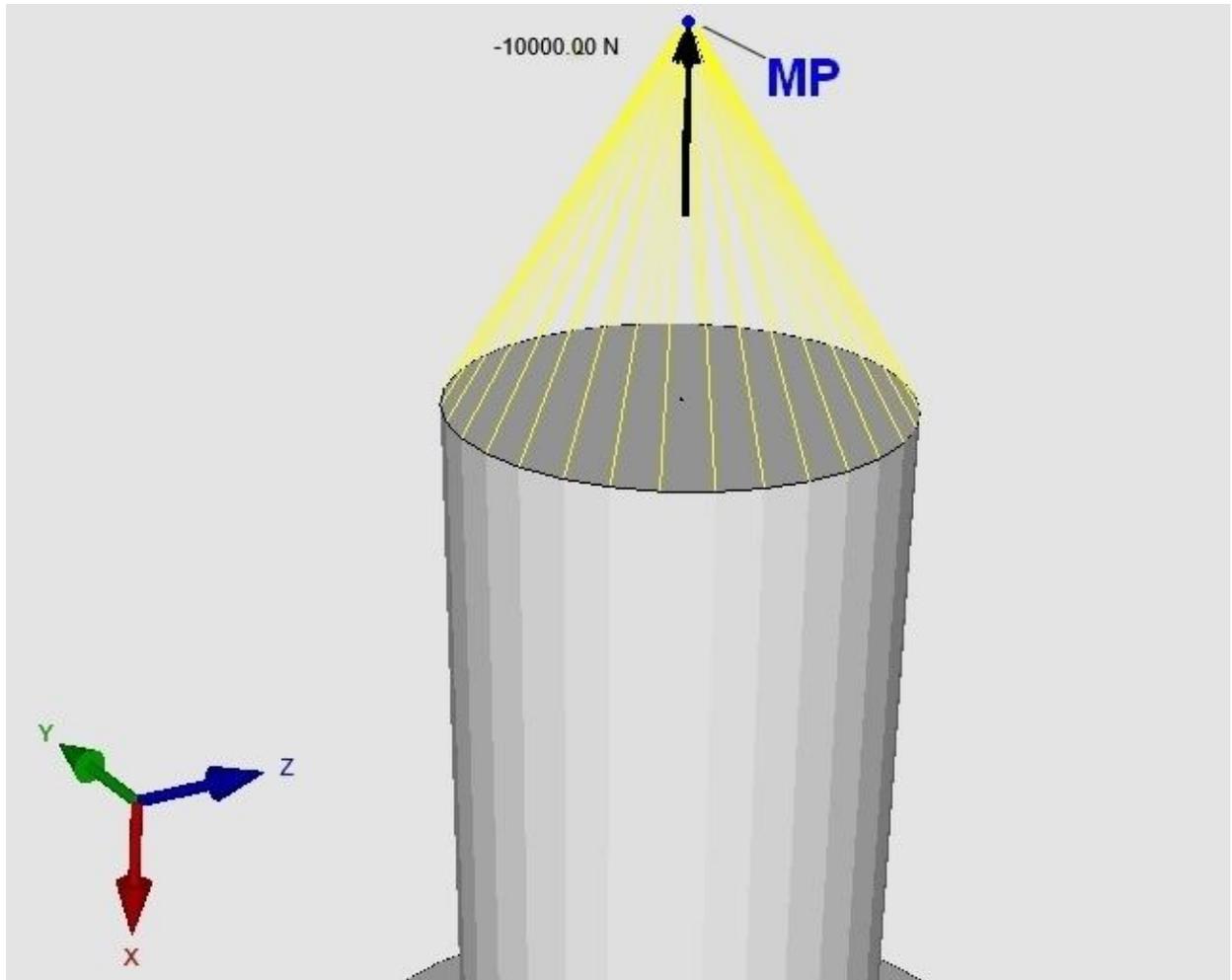


Geben Sie nun eine Zugkraft, ein Biegemoment und ein Torsionsmoment mit Hilfe von MPC-Balkenelementen (gelben Linien) ein.



Axialkraft außerhalb des FEM-Netzes erzeugen

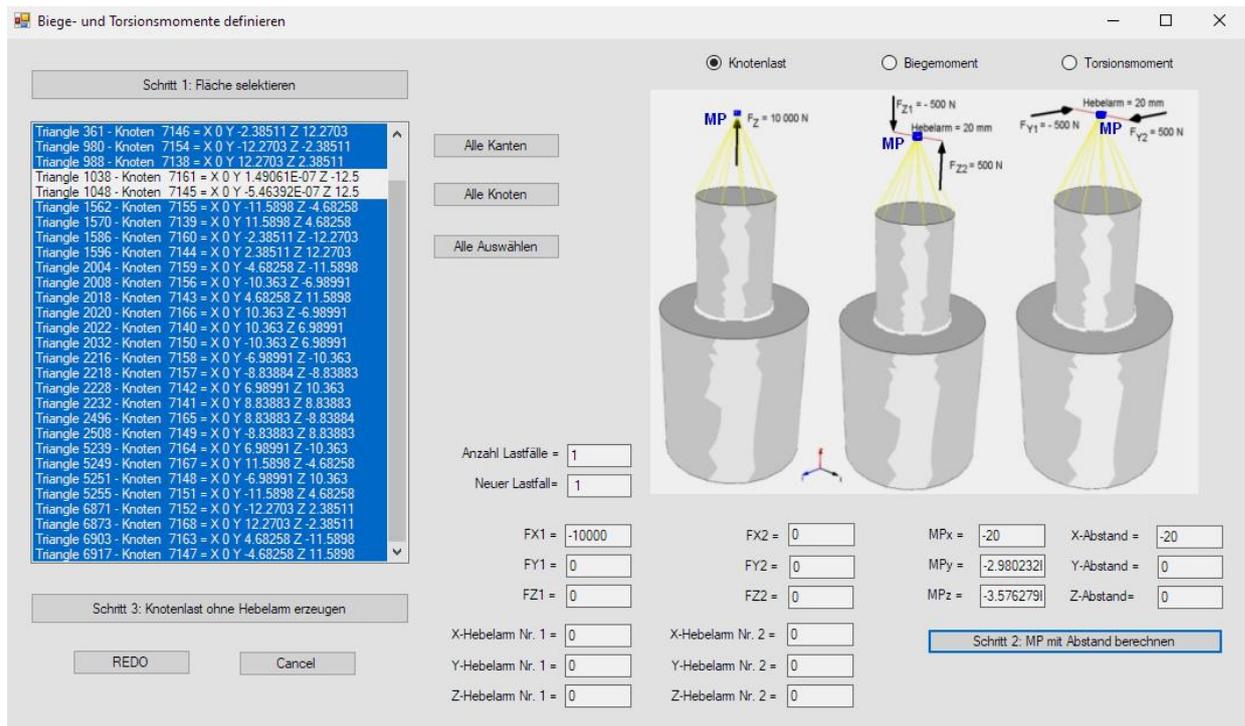
Wählen Sie Register „FEM-Projekt bearbeiten“ und „Biege- und Torsionsmoment“ und definieren eine Axialkraft in X-Richtung von -10000 N die nicht an einem FEM-Knoten sondern an einem außerhalb liegenden Knotenpunkt MP(-20,0,0) angreift.



Wählen Sie das Register „FEM-Projekt bearbeiten“ und im Drop-Down-Menü den Lasttyp „Biege- und Torsionsmoment“.



In der neuen Dialogbox wählen Sie zuerst Menü „Schritt 1: Fläche selektieren“ und klicken auf die Fläche 4 um alle Knotenpunkte dieser Fläche aufzulisten.



Knotenlast definieren

Aktivieren Sie „Knotenlast“ und geben nur $F_{X1} = -10000$ N ein. Da weder ein Kräftepaar noch ein Hebelarm auftreten müssen alle anderen Felder Null sein.

MP-Knotenpunkt berechnen

Wählen Sie Menü „Alle Auswählen“ um alle Knotenpunkte zu selektieren und deaktivieren Sie mit der Strg-Taste jedoch die beiden Mittelpunkte der Fläche. Geben Sie den MP-Abstand in X-Richtung = -20 mm ein und berechnen mit Menü „Schritt 2: MP mit Abstand berechnen“ die MP-Koordinaten.

Knotenlast ohne Hebelarm erzeugen

Wählen Sie jetzt „Schritt 3: Knotenlast ohne Hebelarm erzeugen“ um die Axiallast in X-Richtung zu erzeugen.

Materialdaten eingeben

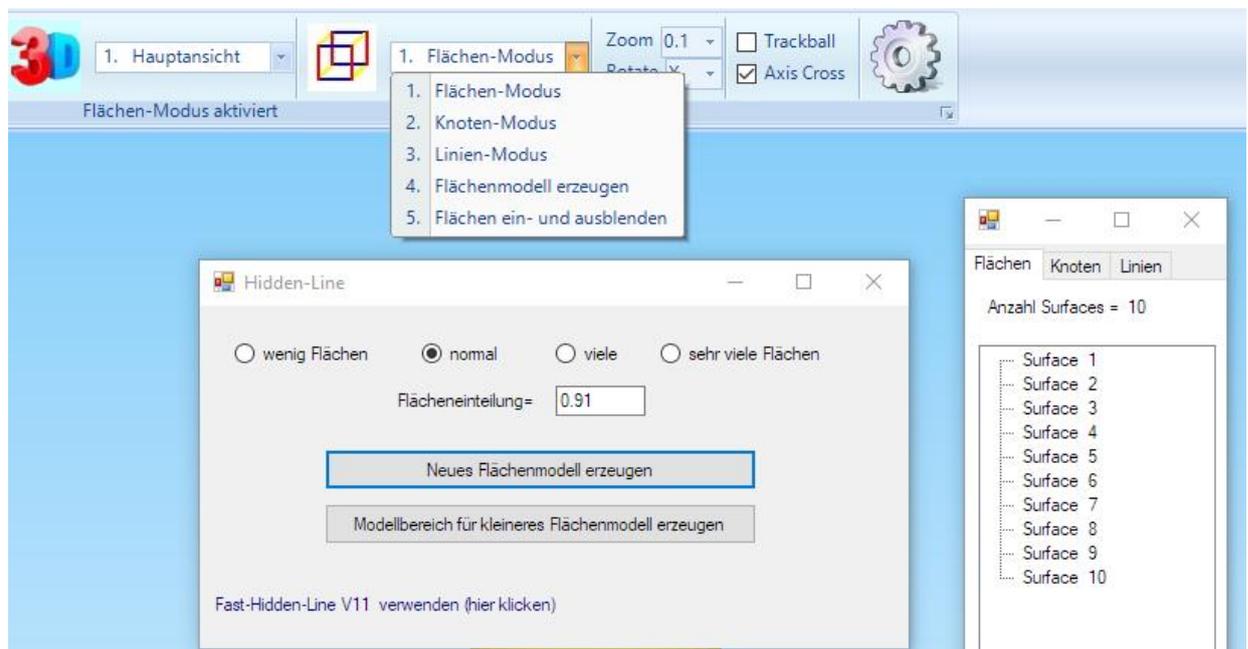
Die Materialdaten werden für Stahl automatisch voreingestellt und müssen nicht eingegeben werden.

Elementgruppe 1 besteht aus PEN6-Elementen und die Elementgruppe 2 aus B32-Balkenelementen. Hier können die Profildaten auch nachträglich geändert werden falls der FEM-Solver abrechnen sollte weil die Profile zu klein gewählt wurden.



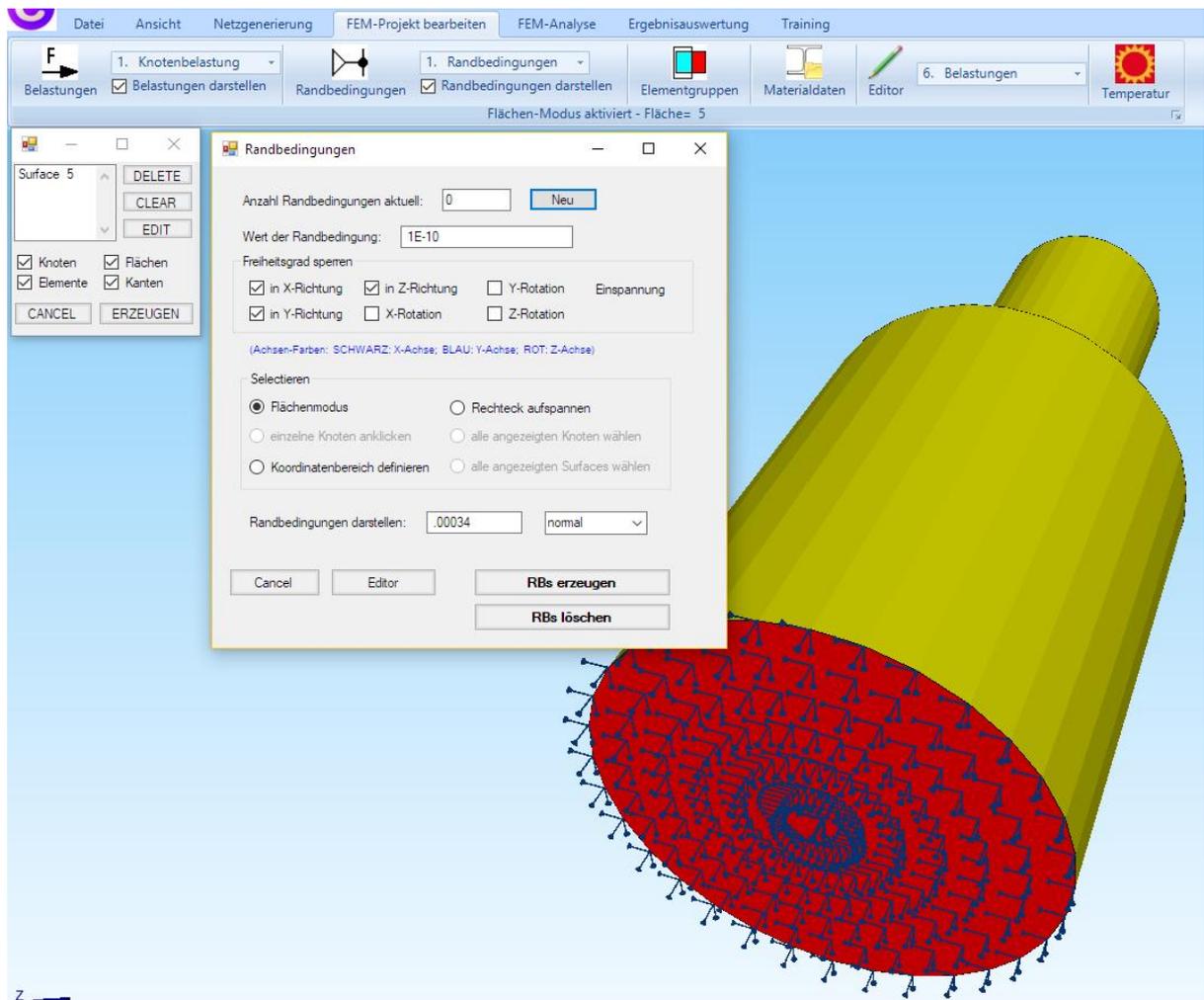
Eingabe der Einspannung

Falls das Flächenmodell noch nicht erzeugt worden ist wählen Sie das Register "Ansicht" sowie "4. Flächenmodell erzeugen" um 10 einzelne Surfaces zu erzeugen.



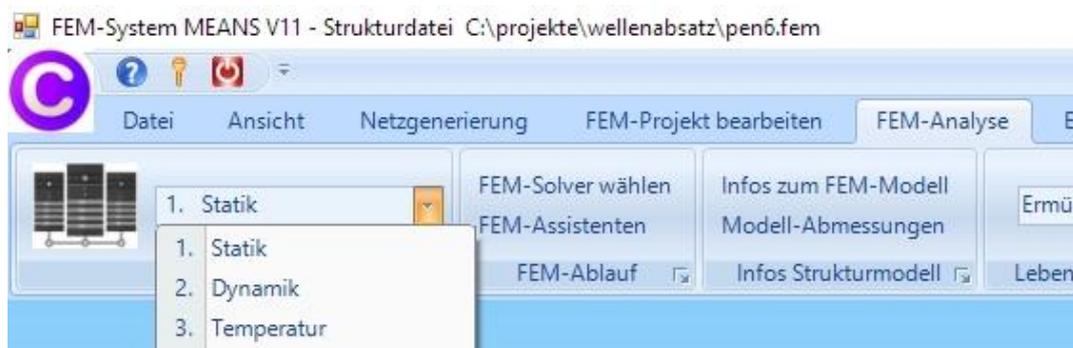
Zuerst wird die untere Fläche mit Surface 5 in x-, y- und z-Richtung eingespannt.

Wählen Sie dazu das Register "FEM-Projekt bearbeiten" und "1. Randbedingungen" und klicken in der RB-Dialogbox auf "Einspannung" und "Flächenmodus" sowie "RBs erzeugen" und klicken auf die Surface 5. Diese wird in der Selectbox angezeigt, dort mit "Erzeugen" die Randbedingungen erzeugen.



FEM-Analyse

Wählen Sie das Register "FEM-Analyse" und "1. Statik" um mit dem Quick-Solver die Verformungen und Knotenspannungen zu berechnen.



Wählen Sie im Quick-Solver "C3D8 (8-node linear isoparametric element)" für eine schnelle FEM-Analyse sowie den Button "Start FEM-Solver with INP-Interface".

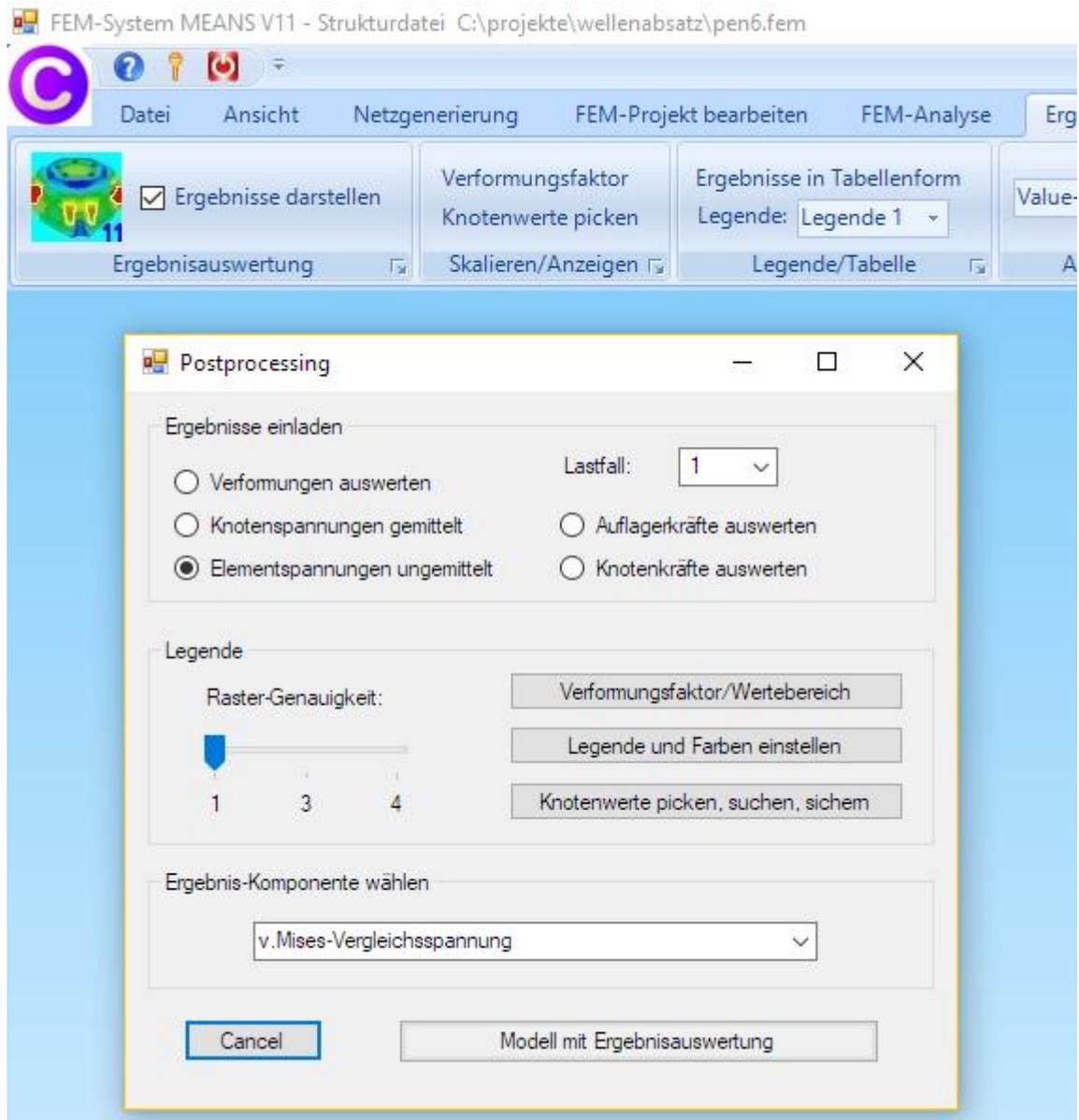
Nach dem Herunterfahren von MEANS V12 wird die FEM-Analyse in einem Windows-Fenster gestartet und endet nach wenigen Sekunden mit einem Peep-ton. Danach kann der Button "Postprocessing MEANS V12 for DirectX11 starten" angeklickt werden um das FEM-Modell wieder in MEANS V12 darzustellen.



Ergebnisauswertung

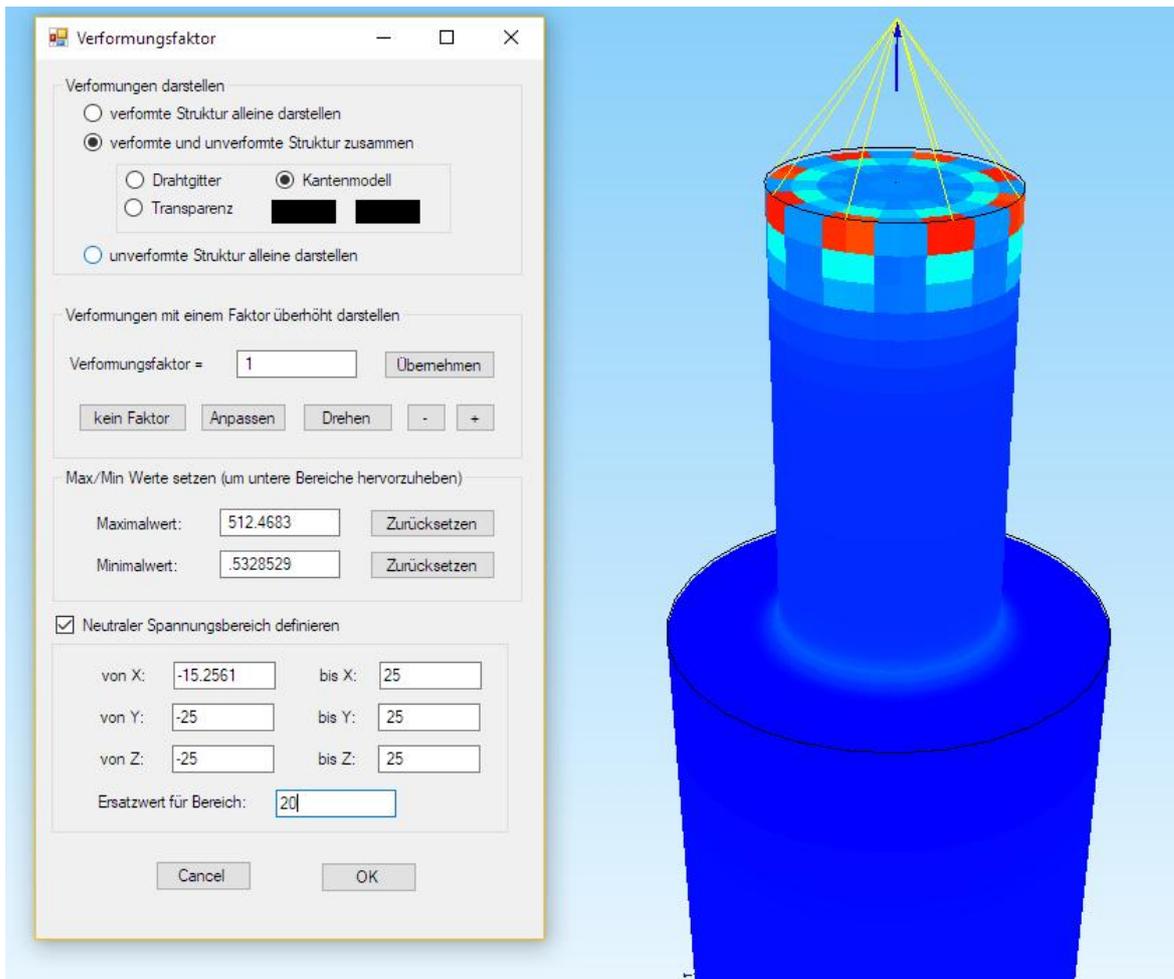


Wählen Sie Register “Ergebnisauswertung” und das Icon  um die Verformungen und Spannungen grafisch auszuwerten.



Neutraler Spannungsbereich definieren

Wählen Sie “Elementspannungen ungemittelt” um die v.Mises-Vergleichsspannung darzustellen. Da nur die Elementspannungen im Wellenabsatz interessieren können die höheren Spannungen an den Balkenelementen entweder durch einen kleineren Maximalwert oder mit einem neutralen Spannungsbereich ausgeblendet werden. Wählen Sie dazu “Verformungsfaktor” und definieren folgenden neutralen Spannungsbereich mit einem X-Bereich von -15 bis +25 sowie einem Ersatzwert von 20:

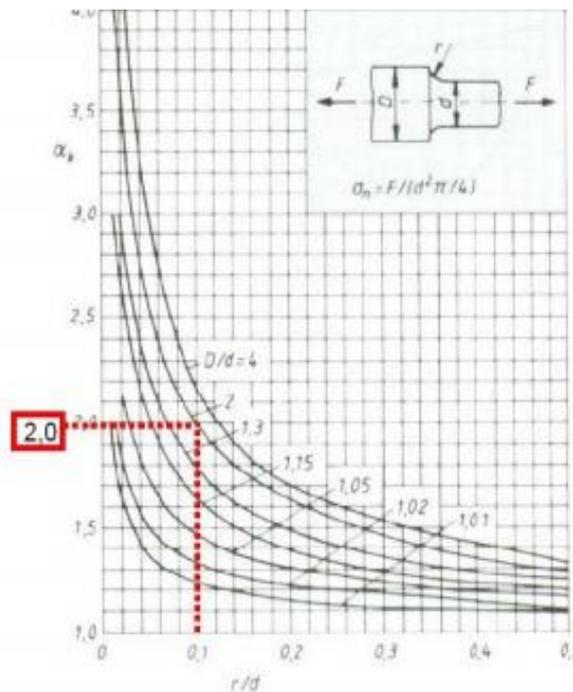


Exaktes Ergebnis nach Roloff-Matek:

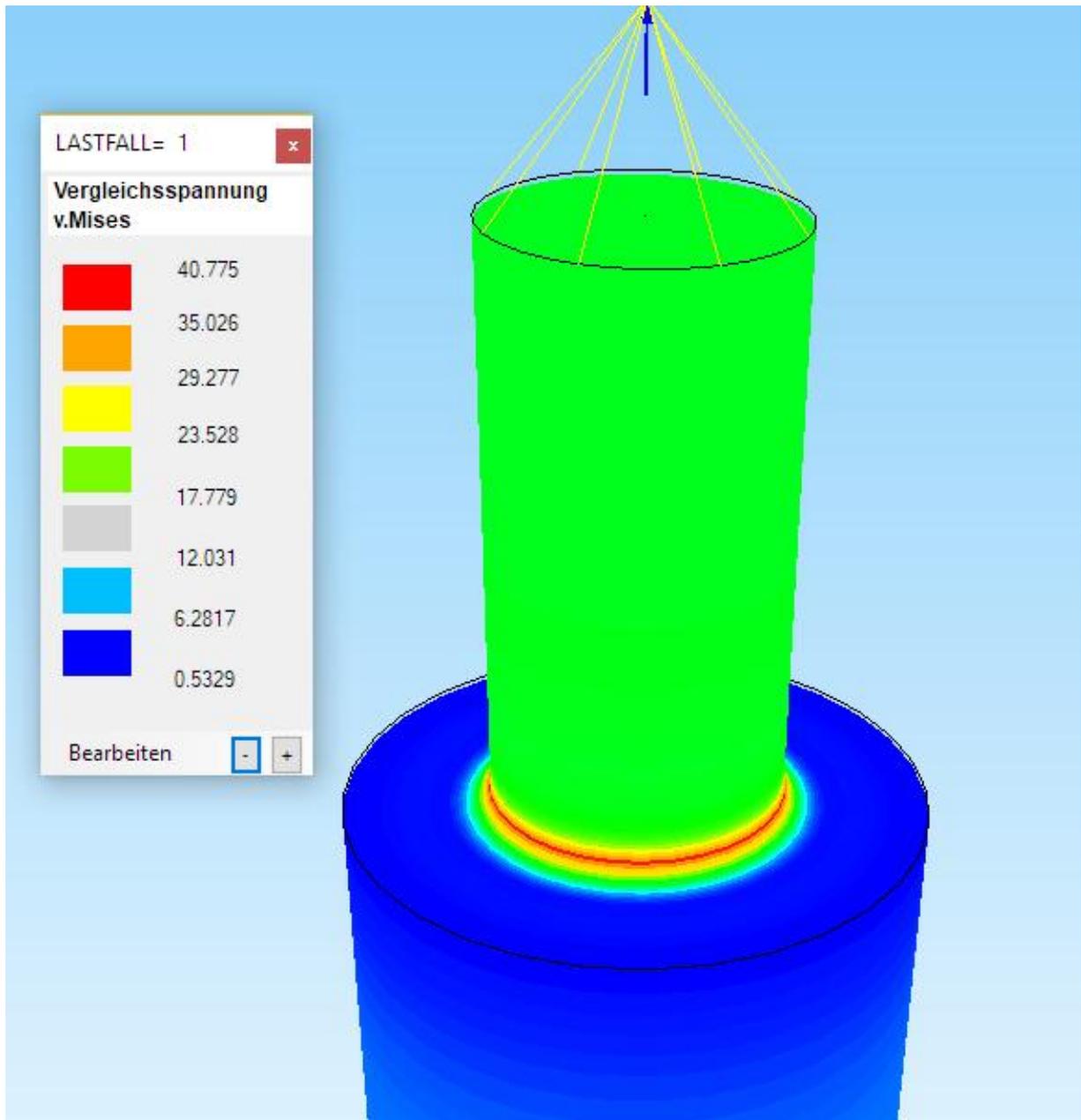
$$\begin{aligned}
 F &= 10000 \text{ [N]} \\
 D &= 50 \text{ [mm]} \\
 d &= 25 \text{ [mm]} \\
 r &= 2,5 \text{ [mm]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_n &= \frac{F}{\pi \cdot \frac{d^2}{4}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \\
 &= \frac{10000}{\pi \cdot \frac{25^2}{4}} \\
 &= 20,37 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\max} &= \sigma_n \cdot \alpha_z \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right] \\
 &= 20,37 \cdot 2 \\
 &= \underline{40,74} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]
 \end{aligned}$$



Die maximale v.Mises-Vergleichsspannung beträgt **40.77 N/mm²**, dieser Wert stimmt auch gut mit der exakten Berechnung nach Roloff-Matek mit 40.74 N/mm² überein.



Ausblenden von Elementgruppe 2

Elementgruppe 2 mit den Balken-Knotenspannungen kann mit Register "FEM-Projekt bearbeiten" und "Elementgruppen" auch ausgeblendet werden.

Verformungsfaktor

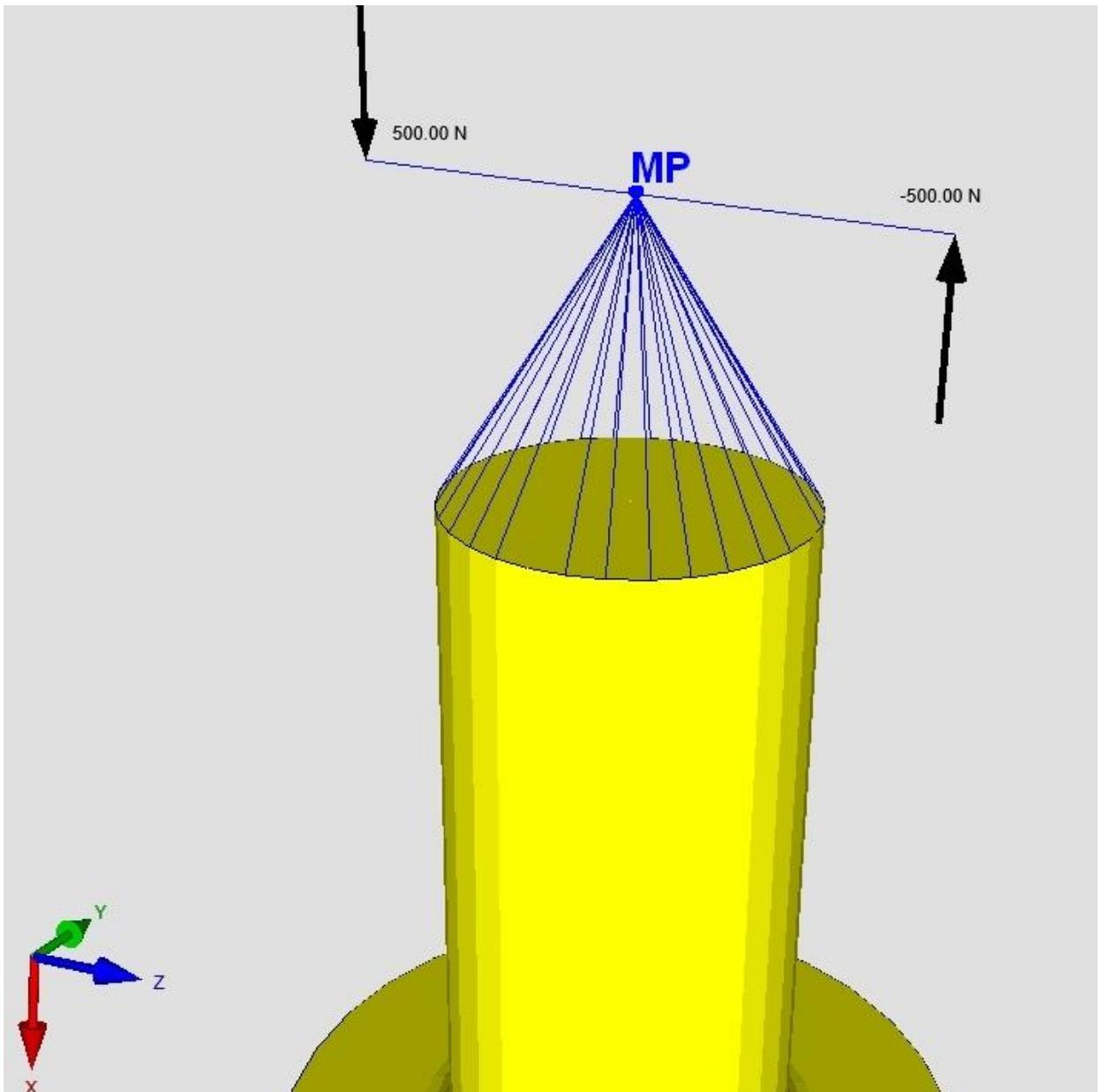
Wählen Sie in der Ergebnisauswertung "Verformungsfaktor" um die Verformungen oder Spannungen mit Farben oder Skalierung besser darzustellen.

Knotenwerte picken

Damit können die Knotenwerte direkt am FEM-Modell angezeigt werden.

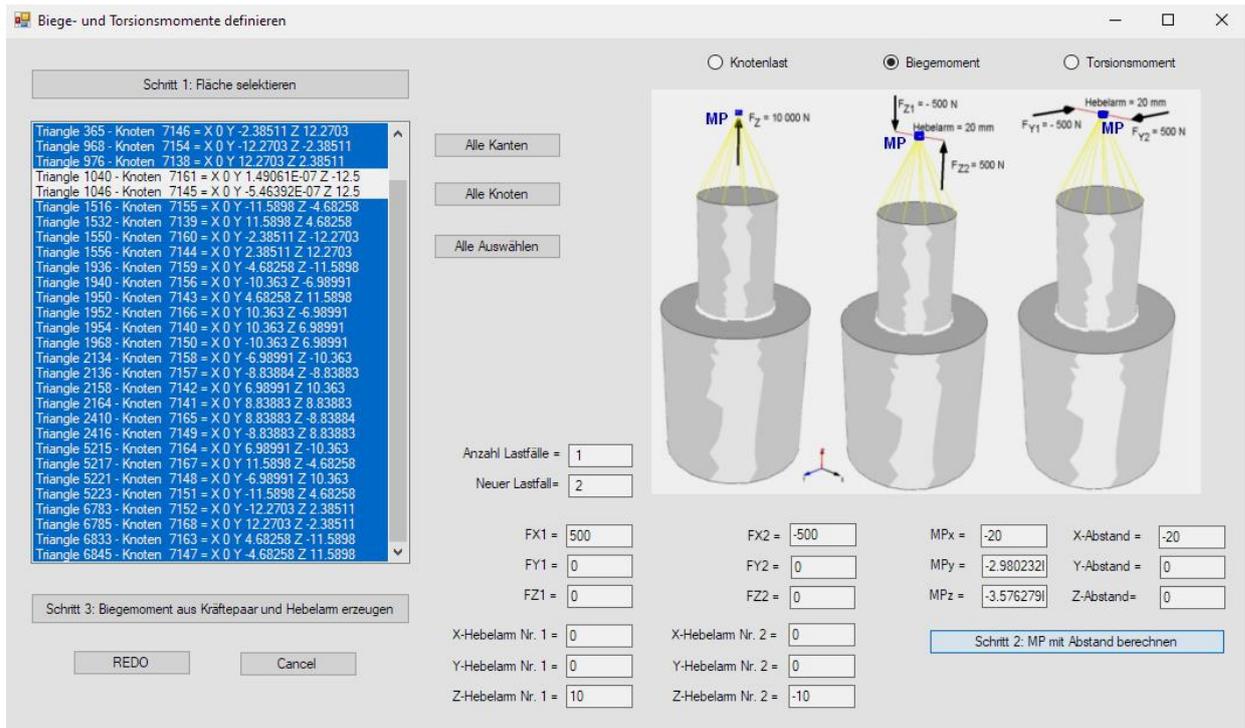
Eingabe Biegemoment

Das Biegemoment von 10 000 Nmm wird als Kräftepaar $F_{x1} = 500$ N und $F_{x2} = -500$ N mit einem Hebelarm von 20 mm in Z-Richtung definiert.



Wählen Sie das Register „FEM-Projekt bearbeiten“ und im Drop-Down-Menü den Lasttyp „Biege- und Torsionsmoment“.

In der neuen Dialogbox wählen Sie zuerst Menü „Schritt 1: Fläche selektieren“ und klicken auf die Fläche 4 um alle Knotenpunkte dieser Fläche aufzulisten.



Biegemoment definieren

Aktivieren Sie „Biegemoment“ und geben $F_{X1} = 500\text{ N}$ und $F_{X2} = -500\text{ N}$ sowie einen Z-Hebelarm Nr. 1 = 10 mm und einen Z-Hebelarm Nr.2 = -10 mm ein. Alle anderen Felder müssen Null sein.

MP-Knotenpunkt berechnen

Wählen Sie Menü „Alle Auswählen“ um alle Knotenpunkte zu selektieren und deaktivieren Sie mit der Strg-Taste jedoch die beiden Mittelpunkte der Fläche. Geben Sie den MP-Abstand in X-Richtung = -20 mm ein und berechnen mit Menü „Schritt 2: MP mit Abstand berechnen“ die MP-Koordinaten.

Biegemoment mit Kräftepaar und Hebelarm erzeugen

Wählen Sie jetzt das Menü „Schritt 3: Biegemoment mit Kräftepaar und Hebelarm“ um das Biegemoment zu erzeugen.

Exaktes Ergebnis nach Roloff-Matek:

Die maximale v.Mises-Vergleichsspannung beträgt **11.99 N/mm²**, dieser Wert stimmt auch gut mit der exakten Berechnung nach Roloff-Matek mit 11.47 N/mm² überein.

M= 10000 [N*mm]
 D= 50 [mm]
 d= 25 [mm]
 r= 2,5 [mm]

$$\sigma_n = \frac{M}{\pi * \frac{d^3}{32}} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

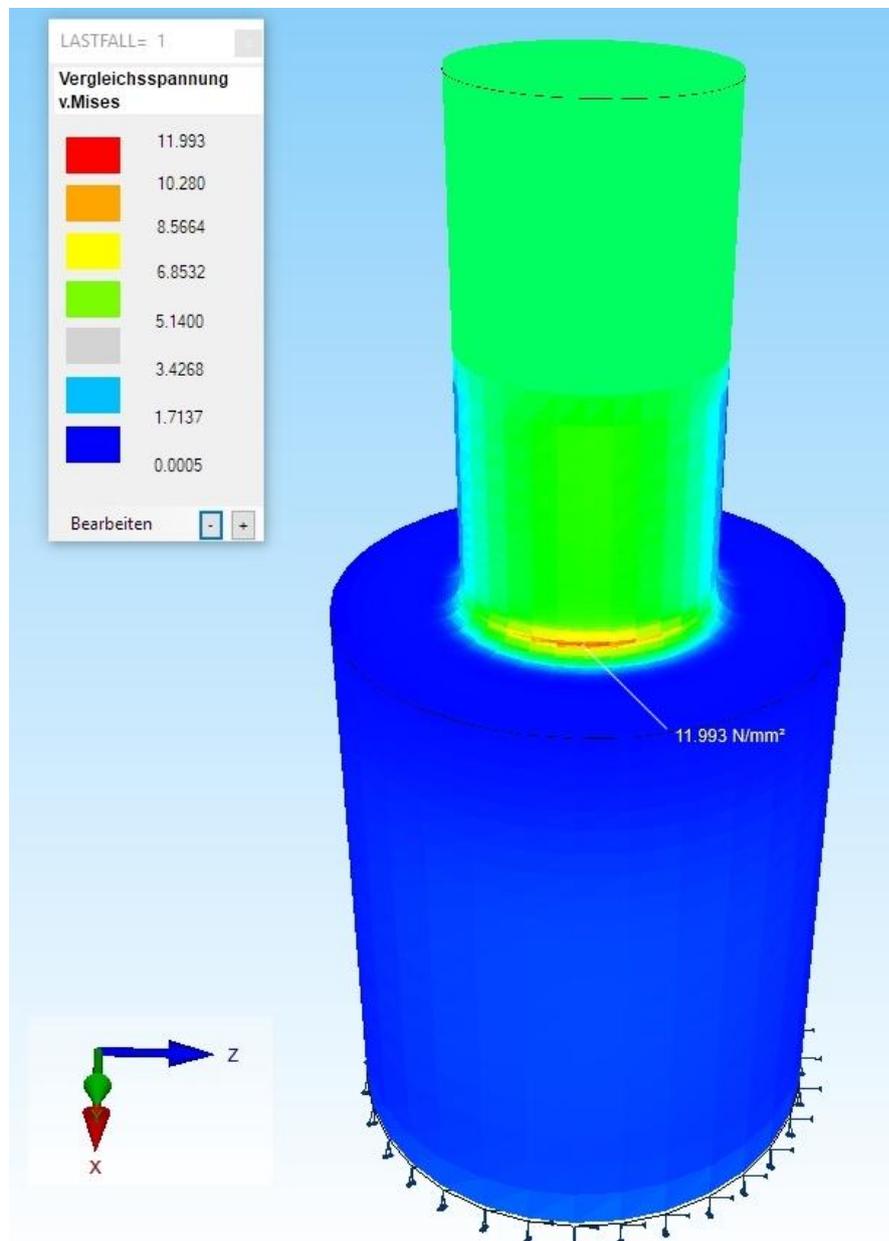
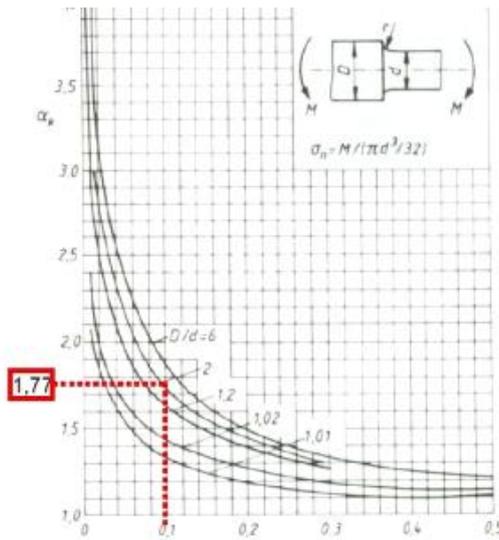
$$= \frac{10000}{\pi * \frac{25^3}{32}} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

$$= 6,52 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

$$\sigma_{max} = \sigma_n * \alpha_K \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

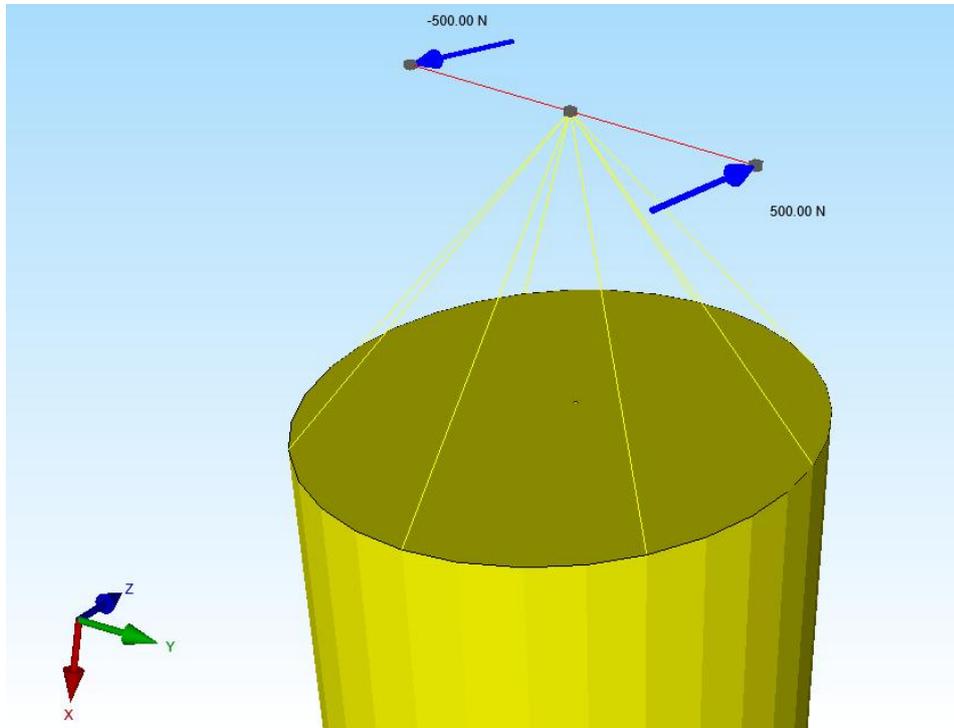
$$= 6,52 * 1,76$$

$$= \underline{\underline{11,47}} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

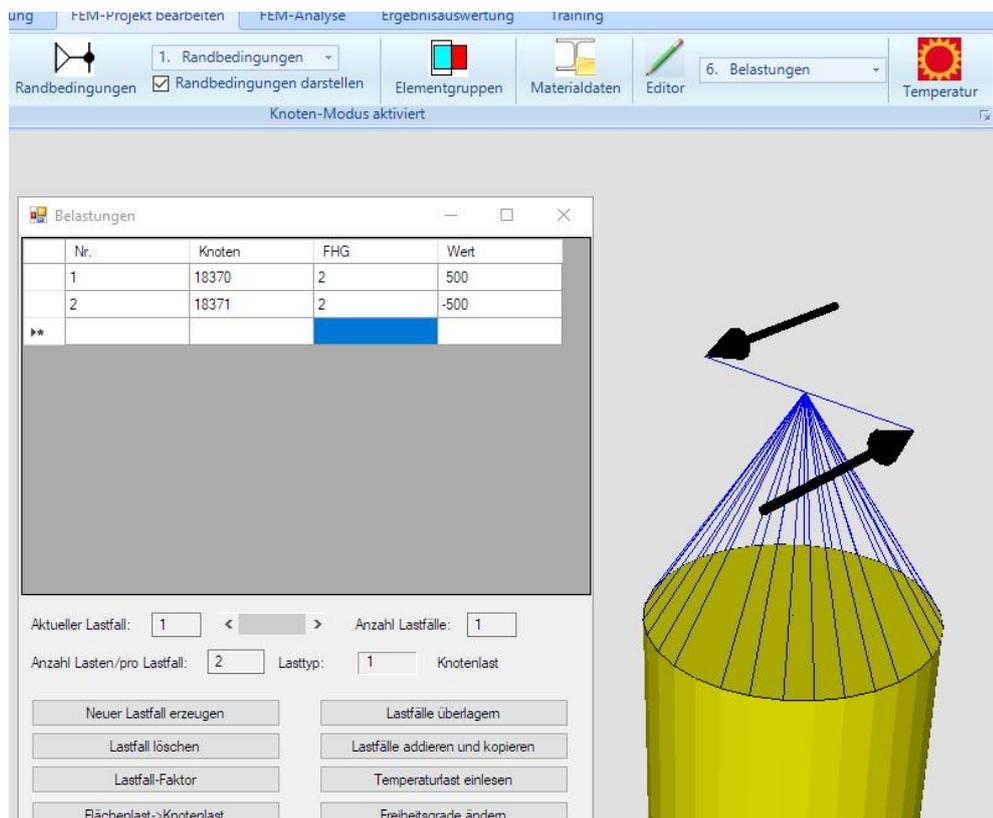


Eingabe Torsionsmoment

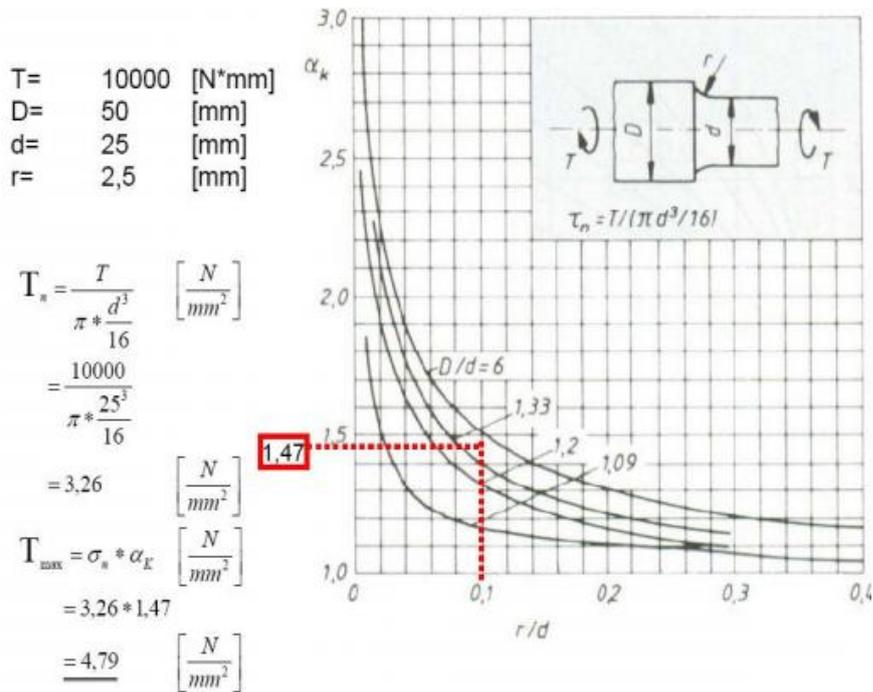
Das Torsionsmoment von 10000 Nmm kann ebenfalls durch ein Kräftepaar mit zwei gleich großen entgegengerichtete Kräfte $F_{y1} = 500 \text{ N}$ und $F_{y2} = -500 \text{ N}$ und einem Hebelarm von 20 mm in Z-Richtung ersetzt werden.



Diese Belastung können Sie einfach aus der vorigen Belastung erzeugen indem Sie mit "Editor" den Freiheitsgrad in X-Richtung FHG = 1 in Y-Richtung FHG = 2 ändern.



Exaktes Ergebnis nach Roloff-Matek:



Die maximale v.Mises-Vergleichsspannung beträgt **5.08 N/mm²**, dieser Wert stimmt auch gut mit der exakten Berechnung nach Roloff-Matek mit 4.79 N/mm² überein.

